ಕರ್ನಾಟಕ ಸರಕಾರ

ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಸಾಕ್ಷರತಾ ಇಲಾಖೆ

ಸರಕಾರಿ ಶಿಕ್ಷಕರ ಶಿಕ್ಷಣ ಮಹಾವಿದ್ಯಾಲಯ (CTE), ಬೆಳಗಾವಿ

ಪಾಠ ಆಧಾರಿತ ಮೌಲ್ಯಾಂಕನ ಸಾಮಗ್ರಿ

2025-26

ಮಾಧ್ಯಮ: ಮರಾಠಿ

ವಿಷಯ :ಗಣಿತ

ತರಗತಿ :10

ರಾಜ್ಯ ಶಿಕ್ಷಣ ಸಂಶೋಧನೆ ಮತ್ತು ತರಬೇತಿ ಇಲಾಖೆ,

ಬನಶಂಕರಿ ಮೂರನೇ ಹಂತ ಬೆಂಗಳೂರು -560085

ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ

ಶ್ರೀಮತಿ ರಶ್ಮಿ ಮಹೇಶ್. ಭಾ.ಆ.ಸೇ

ಸರಕಾರದ ಪ್ರಧಾನ ಕಾರ್ಯದರ್ಶಿಗಳು, ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಸಾಕ್ಷರತಾ ಇಲಾಖೆ.

ಡಾ.ತ್ರಿಲೋಕ್ ಚಂದ್ರ ಕೆ.ವಿ ಭಾ.ಆ.ಸೇ **ಆಯುಕ್ತರು, ಶಾಲಾ ಶಿಕ್ಷಣ ಮತ್ತು ಸಾಕ್ಷರತಾ ಇಲಾಖೆ, ಬೆಂಗಳೂರು**	**ಶ್ರೀ ಗೋಪಾಲಕೃಷ್ಣ ಎಚ್. ಎನ್** **ನಿರ್ದೇಶಕರು,ಡಿ.ಎಸ್.ಆರ್.ಟಿ ಬೆಂಗಳೂರು.**

ಮಾರ್ಗದರ್ಶಕರು ಮತ್ತು ಪರಿಶೀಲಕರು

ಶ್ರೀ ಎನ್. ಶ್ರೀಕಂಠ **ಪ್ರಾಚಾರ್ಯರು/ ಸಹ ನಿರ್ದೇಶಕರು, CTE ಬೆಳಗಾವಿ**	**1.ಶ್ರೀಮತಿ ಬಿ.ಡಿ.ಕಾರದಗೆ 2. ಡಾ.ರಾಘವೇಂದ್ರ ಪಿ.ಕೆ** **3. ಶ್ರೀಮತಿ ಬಿ.ಜೆ ಪೀರಜಾದೆ**

ಸಮನ್ವಯ

ಶ್ರೀಮತಿ ರಾಧಾ ಪಿ, ಹಿರಿಯ ಸಹಾಯಕ ನಿರ್ದೇಶಕರು, ಡಿ.ಎಸ್.ಆರ್.ಟಿ ಬೆಂಗಳೂರು

ಅನುವಾದಕ ಸಮೀತಿ

ಶ್ರೀ ಎ.ಎನ್ ಗಾವಡೆ ಮುಖ್ಯ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಸರಸ್ವತಿ ವಿದ್ಯಾ ಮಂದಿರ ಕಿಣೇಯ.	ಶ್ರೀ ಬಾಲಕೃಷ್ಣ ಜಾಧವ ಜನತಾ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಬಾಳೇಕುಂದ್ರಿ
ಶ್ರೀ ಜೆ.ಎಸ್.ಪಾಟೀಲ ಮುಖ್ಯ ಶಿಕ್ಷಕರು, ದೇಸೂರು ಹೈಸ್ಕೂಲ ದೇಸೂರು.	ಶ್ರೀ ಎ.ಬಿ.ಮಜುಕರ ಸಹ-ಶಿಕ್ಷಕರು ಶಿವಾಜಿ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಯಳ್ಳೂರು.
ಶ್ರೀ ಎಸ್.ಕೆ.ಪಾಟೀಲ ಸರಸ್ವತಿ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಹಂದಿಗನೂರು.	ಶ್ರೀ ಜೆ.ಜಿ.ಹಲಗೇಕರ ಸಹ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಭಗತಸಿಂಗ್ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಅಂಬೇವಾಡಿ.
ಶ್ರೀ ಲಕ್ಷಣ ಕಾಲಮನಕರ ಪೀರನವಾಡಿ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಪೀರನವಾಡಿ.	ಶ್ರೀ ಡಿ.ಎಲ್.ಕೋತೆಕರ ಶಿವಾಜಿ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಕಡೋಲಿ.
ಶ್ರೀ ಕೋಬನ ಡುಕರೆ ವಿಠ್ಠಲ ರಾಮಜಿ ಶಿಂಧೆ ಹೈಸ್ಕೂಲ ರಣಕುಂಡೆ.	ಶ್ರೀ ಕೋಮಲ ಗಾವಡೆ ಜ್ಯೋತಿ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಕರ್ಲೆ.
ಶ್ರೀ ಹರಿ ಪಾಟೀಲ ಡಾ. ಬಾಬಸಾಹೇಬ ಅಂಬೇಡ್ಕರ ಕೇದನೂರು.	ಶ್ರೀಮತಿ ಸೋನಾಲಿ ಚಿಟ್ಟಿ ವ್ಹಿ.ಎಸ್.ಪಾಟೀಲ ಹೈಸ್ಕೂಲ ಮಚ್ಛೆ.

ಪರಿಶೀಲಕರು: 1. ಶ್ರೀ ಸುನೀಲ ಕುಟ್ರೆ, ಬಿ.ಆರ್.ಪಿ. ಬೆಳಗಾವಿ ಗ್ರಾಮೀಣ

2. ಶ್ರೀ ಎ.ಎನ್ ಗಾವಡೆ ಮುಖ್ಯ ಶಿಕ್ಷಕರು, ಸರಸ್ವತಿ ವಿದ್ಯಾ ಮಂದಿರ ಕಿಣೇಯ.

शालेय शिक्षण आणि साक्षरता विभाग

सरकारी अध्यापक शिक्षण महाविद्यालय (CTE), बेळगाव

अध्ययन-आधारित मूल्यमापन प्रश्न बँक २०२५-२६

गणित

१० वी

इयत्ता

राज्य शैक्षणिक संशोधन आणि प्रशिक्षण विभाग,

बनशंकरी तिसरा टप्पा, बेंगळुरू-५६००८५

संकल्पना आणि मार्गदर्शन	
श्रीमती. रश्मी महेश. व्ही, भा.प्र.से. प्रधान सचिव, शालेय शिक्षण आणि साक्षरता विभाग	
डॉ. त्रिलोकचंद्र के. व्ही, भा.प्र.से., आयुक्त, शालेय शिक्षण विभाग	श्री. गोपालकृष्ण एच. एन., संचालक, डी.एस.ई.आर.टी, बेंगलुरु.
समन्वय	
श्रीमती. राधा. पी., वरिष्ठ सहाय्यक संचालक, डी.एस.ई.आर.टी., बेंगलुरु	
सी.टी.ई. बेळगाव समन्वय	
श्री. श्रीकंठ एन., सहसंचालक आणि प्राचार्य सी.टी.ई. बेळगाव	श्रीमती बी. डी. कारदगे डॉ. राघवेंद्र पी. के. श्रीमती बी. जे. पीरजादे
संसाधन संघ (रिसोर्स टीम)	
श्री ए. एन. गावडे मुख्याध्यापक, सरस्वती विद्यामंदिर किणये	श्री बाळकृष्ण जाधव जनता हायस्कुल बाळेकुंद्री
श्री जे. एस. पाटील मुख्याध्यापक, देसुर हायस्कूल देसुर	श्री एस बी मजुकर सहशिक्षक शिवाजी हायस्कूल यळ्ळूर.
श्री एस एफ पाटील सरस्वती हायस्कूल हंदिगनूर	श्री जे जी हलगेकर सहशिक्षक भगतसिंग हायस्कूल आंबेवाडी
श्री लक्ष्मण कालमनकर पिरणवाडी हायस्कूल पिरणवाडी	श्री डी एल कोतेकर शिवाजी हायस्कूल कडोली
श्री खोबांना डुकरे विठ्ठल रामजी शिंदे हायस्कूल रणकुंडये	श्री कोमल गावडे ज्योती हायस्कूल कर्ले
श्री हरी पाटील डॉ. बाबासाहेब आंबेडकर हायस्कूल केदनुर	सौ सोनाली चिट्टी व्ही एस पाटील हायस्कूल मच्छे
पुनरावलोकन संघ (रिव्ह्यू टीम)	
1. श्री सुनील कुट्रे ,बी आर सी बेळगावी ग्रामीण 2. श्री ए. एन. गावडे मुख्याध्यापक, सरस्वती विद्यामंदिर किणये	

अनुक्रमणिका

युनिट १: वास्तव संख्या

शिकण्याचे मुद्दे:

- मूळ संख्या, संयुक्त संख्या आणि अंकगणिताचे मूलभूत प्रमेय.
- संख्यांचा मसावि (H.C.F.) आणि लसावि (L.C.M.).
- दोन संख्या आणि त्यांचा मसावि (H.C.F.) व लसावि (L.C.M.) यांच्यातील संबंध.
- अपरिमेय संख्यांचा पुरावा.

प्रश्नांची संख्या:

सोपे	मध्यम	कठीण
28	30	5

I. खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी / अपूर्ण विधानासाठी चार पर्याय दिले आहेत. योग्य पर्याय निवडा आणि त्याचे अक्षर लिहून पूर्ण उत्तर लिहा. (1 गुण)

1. $\sqrt{2}$ ही __ आहे.

(A) परिमेय संख्या (B) अपरिमेय संख्या (C) पूर्णांक संख्या (D) नैसर्गिक संख्या

2. 5- $\sqrt{3}$ही __ आहे.

(A) अपरिमेय संख्या (B) परिमेय संख्या (C) संयुक्त संख्या (D) मूळ संख्या

3. पुढीलपैकी परिमेय संख्या आहे

(A) 5 (B) π (C) $\sqrt{3}$ (D) $3\sqrt{3}$

4. पुढीलपैकी कोणती संख्या अपरिमेय संख्या नाही?

(A) $\sqrt{2}$ (B)$\sqrt{3}$ (C)$\sqrt{9}$ (D)$\sqrt{5}$

5. पुढीलपैकी परिमेय संख्या आहे:

(A)√3 (B)√4 (C)√5 (D)√7

6. π ही __ आहे.

(A) अपरिमेय संख्या (B) परिमेय संख्या (C) मूळ संख्या (D) संयुक्त संख्या

7. 7×11×13+13 ही __ आहे.

(A) मूळ संख्या (B) संयुक्त संख्या (C) अपरिमेय संख्या (D) विषम संख्या

8. 91 चे मूळ अवयवीकरण आहे:

(A) 2×13×7 (B) 13×7 (C) 91×1 (D) 13×7×1

9. 1 आणि 10 दरम्यानच्या मूळ संख्यांची संख्या आहे:

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 12

10. कोणतीही संमिश्र संख्या कोणत्या संख्यांचा गुणाकार असते? (सरासरी)

(A) सम संख्या (B) विषम संख्या (C) मूळ संख्या (D) वर्ग संख्या

11. 120 चे मूळ अवयवीकरण काय आहे? (MQP-2019 : सोपे)

(A) 23×32×51 (B) 22×31×51 (C) 23×31×52 (D) 23×31×51

12. 30 च्या मूळ अवयवांची संख्या कोणती आहे? (सोपे)

A) 2, 3, 5 (B) 5, 3 (C) 15, 2 (D) 6, 5

13. 2 आणि 3 चा ल.सा.वि. काय आहे? (सोपे)

(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 6

14. 3 आणि 5 चा म.सा.वि. काय आहे? (SLP-2023 : सोपे

(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 15

15. दोन सलग नैसर्गिक संख्यांचा म.सा.वि. काय आहे? (सोपे)

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

16. कोणत्याही दोन मूळ संख्यांचा म.सा.वि. काय आहे? (जून-2023 : सोपे)

(A) 0 (B) 2 (C) 1 (D) -1

17. 'a' आणि 'b' सहमूळ संख्या असतील, तर त्यांचा म.सा.वि. काय आहे? (सोपे)

(A) 0 (B) a x b (C) 1 (D) a + b

18. सर्वात लहान संमिश्र संख्या आणि सर्वात लहान मूळ संख्या यांचा म.सा.वि. काय आहे? (सप्टेंबर-2020: सरासरी)

(A) 4 (B) 2 (C) 1 (D) 8

19. कोणत्याही दोन धन पूर्णांक 'a' आणि 'b' साठी, म.सा.वि. (a, b) x ल.सा.वि. (a, b) कशाच्या बरोबर आहे? (एप्रिल-2019 : सोपे)

(A) (a + b) (B) (a - b) (C) (a x b) (D) (a ÷ b)

20. म.सा.वि. (12, 15) = 3. ल.सा.वि. (12, 15) काय आहे? (सरासरी)

(A) 60 (B) 45 (C) 36 (D) 90

21. 52x22 आणि 23x51 चा म.सा.वि. काय आहे? (MQP-1, 2024: सोपे)

(A) 2x5 (B) 23x5 (C) 52x26 (D) 22x51

22. दोन धन पूर्णांक a आणि b असे आहेत की, a=x3y2 आणि b=xy3. जर x आणि y मूळ संख्या असतील, तर त्यांचा म.सा.वि. (a, b) काय आहे? (सरासरी)

(A) xy (B) xy2 (C) x2y3 (D) x2y2

23. 18 आणि 36 चा ल.सा.वि. आणि 18 चा म.सा.वि. यांचे मूल्य किती आहे? (सरासरी)

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 1

24. जर p आणि q सहमूळ संख्या असतील, तर p2 आणि q2 चा म.सा.वि. काय आहे? (सोपे)

(A) pq (B) 1 (C) p+q (D) p2q2

25. जर 180=2x×32×51 असेल, तर x चे मूल्य काय आहे? (SLP-2020 : अवघड)

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

I. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (प्रत्येकी 1 गुण)

26. 15 आणि 20 या संख्यांचा मसावी (H.C.F.) आणि लसावी (L.C.M.) यांचा गुणाकार किती आहे? (एप्रिल-2024: सरासरी)

(A) 15 (B) 20 (C) 300 (D) 35

27. 'a' ही एक विषम संख्या आहे आणि 'b' ही 3 ने भाग जाणारी संख्या आहे. जर 3a आणि 2b यांचा लसावी (L.C.M.) 'p' असेल, तर (अडचणीचे)

(A) p^2 (B) 5p (C) 6p (D) 3p

28. दोन संख्या a आणि b यांचा मसावी (H.C.F.) आणि लसावी (L.C.M.) अनुक्रमे 5 आणि 200 आहेत, तर a आणि b यांचा गुणाकार किती आहे? (सरासरी)

(A) 205 (B) 1000 (C) 200 (D) 195

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (1 गुण)

29. 140 ला मूळ अवयवांच्या गुणाकारात व्यक्त करा. (सोपे)

30. अंकगणित मूलभूत प्रमेय सांगा. (MQP 2024: सोपे)

31. जर 24 आणि 36 या संख्यांचा मसावी (H.C.F.) 12 असेल, तर त्यांचा लसावी (L.C.M.) शोधा. (सोपे)

32. 96 ला त्याच्या मूळ अवयवांच्या गुणाकारात व्यक्त करा. (जून-2019: सोपे)

33. 156 ला त्याच्या मूळ अवयवांच्या गुणाकारात व्यक्त करा. (सोपे)

34. जर 200=2m×5n, तर m आणि n ची किंमत शोधा. (एप्रिल-2024: अडचणीचे)

35. 24 मीटर आणि 36 मीटर लांबीच्या दोन कांड्या मोजण्यासाठी वापरता येणाऱ्या सर्वात मोठ्या रॉडची कमाल लांबी शोधा. (सरासरी)

36. अशी संख्या लिहा, जिचे फक्त 7 आणि 3 हेच मूळ अवयव आहेत. (सरासरी)

37. दिलेल्या अवयव वृक्षाचे निरीक्षण करा आणि x आणि y ची किंमत शोधा. (सोपे)

I. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (प्रत्येकी 1 गुण)

26. 15 आणि 20 या संख्यांचा मसावी (H.C.F.) आणि लसावी (L.C.M.) यांचा गुणाकार किती आहे? (एप्रिल-2024: सरासरी)

(A) 15 (B) 20 (C) 300 (D) 35

27. 'a' ही एक विषम संख्या आहे आणि 'b' ही 3 ने भाग जाणारी संख्या आहे. जर 3a आणि 2b यांचा लसावी (L.C.M.) 'p' असेल, तर (अडचणीचे)

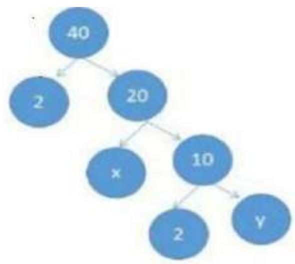
(A) p^2 (B) 5p (C) 6p (D) 3p

28. दोन संख्या a आणि b यांचा मसावी (H.C.F.) आणि लसावी (L.C.M.) अनुक्रमे 5 आणि 200 आहेत, तर a आणि b यांचा गुणाकार किती आहे? (सरासरी)

(A) 205 (B) 1000 (C) 200 (D) 195

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (1 गुण)

29. 140 ला मूळ अवयवांच्या गुणाकारात व्यक्त करा. (सोपे)
30. अंकगणित मूलभूत प्रमेय सांगा. (MQP 2024: सोपे)
31. जर 24 आणि 36 या संख्यांचा मसावी (H.C.F.) 12 असेल, तर त्यांचा लसावी (L.C.M.) शोधा. (सोपे)
32. 96 ला त्याच्या मूळ अवयवांच्या गुणाकारात व्यक्त करा. (जून-2019: सोपे)
33. 156 ला त्याच्या मूळ अवयवांच्या गुणाकारात व्यक्त करा. (सोपे)
34. जर 200=2m×5n, तर m आणि n ची किंमत शोधा. (एप्रिल-2024: अडचणीचे)
35. 24 मीटर आणि 36 मीटर लांबीच्या दोन कांड्या मोजण्यासाठी वापरता येणाऱ्या सर्वात मोठ्या रॉडची कमाल लांबी शोधा. (सरासरी)
36. अशी संख्या लिहा, जिचे फक्त 7 आणि 3 हेच मूळ अवयव आहेत. (सरासरी)
37. दिलेल्या अवयव वृक्षाचे निरीक्षण करा आणि x आणि y ची किंमत शोधा. (सोपे)



III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (2 गुण)

38. जर मसावी (H.C.F.) (306, 657) 9 असेल, तर लसावी (L.C.M.) (306, 657) शोधा. (सोपे)
39. 7x 11x 13 + 13 ही एक संयुक्त संख्या (composite number) आहे. हे सिद्ध करा. (सरासरी)
40. जर लसावी (L.C.M.) (91, 26) 182 असेल, तर मसावी (H.C.F.) (91, 26) शोधा. (सोपे)
41. संयुक्त संख्या (composite number) म्हणजे काय? 23 आणि 24 मध्ये कोणती संख्या संयुक्त आहे? (MQP 2024: सोपे)
42. 438 आणि 606 ला पूर्णपणे विभाजित करणारी सर्वात मोठी संख्या शोधा. (MTE 2024: सरासरी)
43. सिद्ध करा की) √3+5 ही अपरिमेय संख्या आहे. (MQP:2024 : सरासरी)
44. सिद्ध करा की) √5−7 ही अपरिमेय संख्या आहे. (सरासरी)

45. सिद्ध करा की $2+\sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे. (एप्रिल 2018: सरासरी)

46. सिद्ध करा की $6+\sqrt{2}$ ही अपरिमेय संख्या आहे. (जून 2025: सरासरी)

47. सिद्ध करा की $5-\sqrt{3}$ ही अपरिमेय संख्या आहे. (सरासरी)

48. सिद्ध करा की $3+2\sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे. (सरासरी)

49. सिद्ध करा की $2\sqrt{3}-4$ ही अपरिमेय संख्या आहे. (सरासरी)

50. एका खेळाच्या मैदानाभोवती एक वर्तुळाकार मार्ग आहे. मैदानाचा एक चक्कर पूर्ण करण्यासाठी रीमा 18 मिनिटे घेते, तर याच कामासाठी रवी 24 मिनिटे घेतो. समजा ते दोघे एकाच वेळी एकाच ठिकाणाहून एकाच दिशेने निघाले, तर ते किती मिनिटांनंतर पुन्हा सुरुवातीच्या बिंदूवर भेटतील? (सरासरी)

51. अंकगणिताच्या मूलभूत प्रमेयानुसार, जर $40 = X^yZ$ तर x, y आणि z ची किंमत शोधा. (एप्रिल 2025: सरासरी)

52. एका आयताकृती क्षेत्राची लांबी आणि रुंदी अनुक्रमे 147m आणि 56m आहे. लांबी आणि रुंदी दोन्ही मोजण्यासाठी वापरल्या जाऊ शकणाऱ्या सर्वात मोठ्या रॉडची कमाल लांबी काढा. हा रॉड क्षेत्राची लांबी किती वेळा मोजण्यासाठी वापरला जाऊ शकतो? (मे 2025 सरासरी)

53. एका मिठाई विक्रेत्याकडे 420 काजू बर्फी आणि 130 बदाम बर्फी आहेत. त्याला त्या अशा प्रकारे रचायच्या आहेत की प्रत्येक ढिगात समान संख्येच्या बर्फी असतील आणि त्यांना ट्रेमध्ये कमीत कमी जागा घेता येईल. या उद्देशासाठी प्रत्येक ढिगात किती बर्फी ठेवल्या जाऊ शकतात? (सरासरी)

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (3 गुण)

54. सिद्ध करा की $\sqrt{2}$ ही अपरिमेय संख्या आहे. (सरासरी)

55. सिद्ध करा की $\sqrt{3}$ ही अपरिमेय संख्या आहे. (सप्टेंबर-2020 : सरासरी)

56. सिद्ध करा की $\sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे. (जून-2020 : सरासरी)

V. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (3 गुण)

57. 510 आणि 92 या संख्यांचा मूळ अवयव पद्धतीने मसावी (H.C.F.) आणि लसावी (L.C.M.) शोधा आणि पडताळून पहा की लसावी (L.C.M.) × मसावी (H.C.F.) = संख्यांचा गुणाकार. (SLP-2024 : सरासरी)

58. 336 आणि 54 या पूर्णांकांचा मूळ अवयव पद्धतीने मसावी (H.C.F.) आणि लसावी (L.C.M.) शोधा आणि पडताळून पहा की लसावी (L.C.M.) × मसावी (H.C.F.) = पूर्णांकांचा गुणाकार. (SLP-2024 : सरासरी)

59. 26 आणि 91 या संख्यांचा मूळ अवयव पद्धतीने मसावी (H.C.F.) आणि लसावी (L.C.M.) शोधा आणि पडताळून पहा की लसावी (L.C.M.) × मसावी (H.C.F.) = संख्यांचा गुणाकार. (सरासरी)

60. 135 आणि 75 यांचा मूळ अवयव पद्धतीने मसावी (H.C.F.) शोधा आणि नंतर मसावी (H.C.F.) (135, 75) आणि 20 चा लसावी (L.C.M.) शोधा. (SLP-2020: अडचणीचे)

61. 12, 15 आणि 21 यांचा मूळ अवयव पद्धतीने लसावी (L.C.M.) आणि मसावी (H.C.F.) शोधा. (सरासरी)

62. 6, 72 आणि 120 यांचा मूळ अवयव पद्धतीने लसावी (L.C.M.) आणि मसावी (H.C.F.) शोधा. (सरासरी)

63. 616 सैनिकांची एक तुकडी 32 सैनिकांच्या लष्करी बँडमागे परेड करणार आहे. दोन्ही गट समान स्तंभांमध्ये (columns) मार्च करणार आहेत. ते जास्तीत जास्त किती स्तंभांमध्ये मार्च करू शकतात? प्रत्येक तुकडीतील पंक्तींची संख्या देखील शोधा. (अडचणीचे)

युनिटः १ वास्तव संख्या

I. बहुपर्यायी प्रश्न

1. B) अपरिमेय संख्या
2. A) अपरिमेय संख्या
3. A) 5
4. C) √9
5. B) √4
6. A) अपरिमेय संख्या
7. B) संयुक्त संख्या
8. B) 13,7
9. C) 4
10. C) मूळ संख्या
11. D) 21×31×51
12. A) 2,3,5
13. D) 6
14. A) 1
15. B) 1
16. C) 1 A) 60
17. B) a x b
18. B) 0 2
19. C) (a x b)
20. A) 60

21. A) 2x 5

22. B) x y 2

23. C) 4

24. B) 1

25. B) 2

26. C) 300

27. C) 6p

28. B) 1000

II. **एक मार्काचे प्रश्न**

29. 2 | 140

2 | 70

5| 35

7| 7

1

$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 2^2 \times 5 \times 7$

30. प्रत्येक संयुक्त संख्येला मूळ अवयवांच्या गुणाकाराच्या स्वरूपात व्यक्त करता येते आणि मूळ अवयवांचा क्रम वगळता हे अवयवीकरण अद्वितीय (unique) असते.

31. $H \times L = A \times B$

$L = (A \times B) \div H$

$L = 24 \times 36 \div 12$

LCM = 72

32. 2 | 96

2 | 48

2 | 24

2 | 12

2 | 6

3 | 3

| 1

$96 = 2^5 \times 3$

33. $156 = 2^2 \times 3 \times 13$

34. 2 | 200

2 | 100

2 | 50

5 | 25

5 | 5

| 1

$200 = 2^m \times 5^n$

$200 = 2^3 \times 5^2$

$m = 3, n = 2$

35. 2 | 24

2 | 12

2 | 6

3 | 3

| 1

$24 = 2^3 \times 3$

2 | 36

2 | 18

3 | 9

3 | 3

| 1

$36 = 2^2 \times 3^2$

मसावि (24, 36) = 12

36. 21

37. $x = 2$ आणि $y = 5$, म्हणून $x + y = 7$

III. दोन गुणांचे प्रश्न:

38. $H \times L = A \times B$

$L = (A \times B)/H$

$L = 306 \times 657 \div 9$

$L = 22338$

39. $7 \times 11 \times 13 + 13$

$= 13(7 \times 11 + 1)$

$= 13 \times 78$

$\therefore$ $7 \times 11 \times 13 + 13$ ही संयुक्त संख्या आहे.

40. $H \times L = A \times B$

$H = (A \times B)/L$

$H = (91 \times 26)/ 182$

$= 2366/182$

$H = 13$

41. कोणतीही संख्या जी दोन किंवा अधिक अवयवांच्या गुणाकाराच्या स्वरूपात व्यक्त केली जाते तिला संयुक्त संख्या म्हणतात. उदाहरणार्थ: $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

42. 2 | 438

3 | 219

73 | 73

1

438=2×3×73

2 | 606

3 | 303

101 | 101

1

606=2×3×101

HCF=2×3=6

43. समजा, √3+5 ही परिमेय संख्या आहे.

√3+5=a/b (जिथे a आणि b सह-मूळ (co-prime) आहेत, b≠0)

√3=a/b−5

√ 3=a−5b/b

a−5b/b ही परिमेय संख्या आहे. पण √3 ही अपरिमेय संख्या आहे. यामुळे विरोधाभास निर्माण होतो. आपली गृहितक की √3+5 ही परिमेय संख्या आहे, ते चुकीचे आहे. म्हणू √3+5 ही अपरिमेय संख्या आहे.

44. समजा, √5−7 ही परिमेय संख्या आहे.

√5−7=a/b (जिथे a आणि b सह-मूळ (co-prime) आहेत, b≠0)

√5=a/b+7

√5=a+7b/b

a+7b/b ही परिमेय संख्या आहे, परंतु √5 ही परिमेय संख्या नाही. आपली गृहितक की √5−7 ही परिमेय संख्या आहे, ते चुकीचे आहे. √5−7 ही अपरिमेय संख्या आहे.

45. समजा, $2+\sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या आहे.

$2+\sqrt{5}=a/b$ (जिथे a आणि b सह-मूळ (co-prime) आहेत, $b\neq0$)

$\sqrt{5}=a/b-2$

$\sqrt{5}=a-2b/b$

$a-2b/b$ ही परिमेय संख्या आहे, परंतु $\sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या नाही. आपली गृहितक की $2+\sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या आहे, ते चुकीचे आहे. $2+\sqrt{5}$ही अपरिमेय संख्या आहे.

46. समजा, $6+\sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे.

$6+\sqrt{2}=a/b$ (जिथे a आणि b सह-मूळ (co-prime) आहेत, $b\neq0$)

$\sqrt{2}=a/b-6$

$\sqrt{2}=a-6b/b$

$a-6b/b$ ही परिमेय संख्या आहे, परंतु $\sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या नाही. आपली गृहितक की $6+\sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे, ते चुकीचे आहे. $6+\sqrt{2}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

47. समजा, $5-\sqrt{3}$ ही परिमेय संख्या आहे.

$5-\sqrt{3}=a/b$ (जिथे a आणि b सह-मूळ (co-prime) आहेत, $b\neq0$)

$\sqrt{3}=5-a/b$

$\sqrt{3}=5b-a/b$

$5b-a/b$ ही परिमेय संख्या आहे, परंतु $\sqrt{3}$ ही परिमेय संख्या नाही. आपली गृहितक की $5-\sqrt{3}$ ही परिमेय संख्या आहे, ते चुकीचे आहे. $5-\sqrt{3}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

48. समजा, $3+2\sqrt{5}$ही परिमेय संख्या आहे.

$3+2\sqrt{5}=a/b$ (जिथे a आणि b सह-मूळ (co-prime) आहेत, $b\neq0$)

$2\sqrt{5}=a/b-3$

$2\sqrt{5}=a-3b/b$

$\sqrt{5}$=a−3b/2b

a−3b/2b ही परिमेय संख्या आहे, परंतु $\sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या नाही. आपली गृहितक की 3+2$\sqrt{5}$ ही परिमेय संख्या आहे, ते चुकीचे आहे. 3+2$\sqrt{5}$ ही अपरिमेय संख्या आहे.

49. समजा, 2$\sqrt{3}$−4 ही परिमेय संख्या आहे.

2$\sqrt{3}$−4=a/b (जिथे a आणि b सह-मूळ (co-prime) आहेत, b≠0)

2$\sqrt{3}$=a/b+4

2$\sqrt{3}$=a+4b/b

$\sqrt{3}$=a+4b/2b

a+4b/2b ही परिमेय संख्या आहे, परंतु $\sqrt{3}$ ही परिमेय संख्या नाही. आपली गृहितक की 2$\sqrt{3}$−4 ही परिमेय संख्या आहे, ते चुकीचे आहे. 2$\sqrt{3}$−4 ही अपरिमेय संख्या आहे.

50. $18=2\times3\times3=2\times3^2$

$12=2\times2\times3=2^2\times3$

LCM=$2^2\times3^2=4\times9=36$ म्हणून, ते 36 मिनिटांनंतर पुन्हा सुरुवातीच्या बिंदूवर भेटतील.

51. 2 | 140

2 | 70

5 | 35

7 | 7

1

∴x=2, y=3, z=5

52. 3 | 147

7 | 49

7 | 7

1

$147=3\times7^2$

2 | 56

2 | 28

2 | 14

7 | 7

1

$56=2^3\times7$

HCF(147,56)=7

रॉडची कमाल लांबी = 7 मी. हे रॉड शेताला 21 वेळा मोजण्यासाठी वापरले जाते.

53. 2 | 420

2| 210

3 | 105

7 | 35

7| 7

1

$420=2^2\times3\times5\times7$

IV. तीन गुणांचे प्रश्न (THREE MARKS QUESTIONS)

54. समजा √2 ही एक परिमेय संख्या आहे.

$\sqrt{2}=a/b$ (येथे a आणि b सह-मूळ संख्या आहेत, $b\neq0$)

$2=a^2/b^2$

a^2 2 ने विभाज्य आहे, तर a देखील 2 ने विभाज्य आहे.

2 'a' चा सामायिक अवयव आहे. आपण 'a' ला 2k असे लिहू शकतो.

$a^2=4k^2$

$2b^2=4k^2$

$b^2=2k^2$

b^2 2 ने विभाज्य आहे, तर b देखील 2 ने विभाज्य आहे.

2 'b' चा सामायिक अवयव आहे. a आणि b या दोघांचाही किमान 2 हा सामायिक अवयव आहे. पण यामुळे a आणि b सह-मूळ संख्या आहेत या वस्तुस्थितीचा विरोध होतो. हा विरोधाभास √2 ही अपरिमेय संख्या आहे या आपल्या चुकीच्या गृहितकामुळे निर्माण झाला आहे. √ 2 ही अपरिमेय संख्या आहे.

55. समजा √3 ही एक परिमेय संख्या आहे.

$\sqrt{3}=a/b$ (येथे a आणि b सह-मूळ संख्या आहेत, $b\neq 0$)

$3=a^2/b^2$

$3b^2=a2$

a^2 3 ने विभाज्य आहे, तर a देखील 3 ने विभाज्य आहे.

3 'a' चा सामायिक अवयव आहे. आपण 'a' ला 3k असे लिहू शकतो.

$a^2=9k^2$

$3b^2=9k^2$

$b^2=3k^2$

b^2 3 ने विभाज्य आहे, तर b देखील 3 ने विभाज्य आहे. 'b' चा 3 हा एक सामायिक अवयव आहे. a आणि b या दोघांचाही किमान 3 हा सामायिक अवयव आहे. पण यामुळे a आणि b सह-मूळ संख्या आहेत या वस्तुस्थितीचा विरोध होतो. हा विरोधाभास √3 ही अपरिमेय संख्या आहे या आपल्या चुकीच्या गृहितकामुळे निर्माण झाला आहे. √3 ही अपरिमेय संख्या आहे.

56. समजा √5 ही एक परिमेय संख्या आहे.

$\sqrt{5}=a/b$ (येथे a आssणि b सह-मूळ संख्या आहेत, $b\neq 0$)

$5=a^2/b^2$

$5b^2=a^2$

a^2 5 ने विभाज्य आहे, तर a देखील 5 ने विभाज्य आहे. 5 'a' चा सामायिक अवयव आहे. आपण 'a' ला 5k असे लिहू शकतो.

$a^2=25k^2$

$5b^2=25k^2$

$b^2=5k^2$

b^2 5 ने विभाज्य आहे, तर b देखील 5 ने विभाज्य आहे. 5 'b' चा सामायिक अवयव आहे. a आणि b या दोघांचाही किमान 5 हा सामायिक अवयव आहे. पण यामुळे a आणि b सह-मूळ संख्या आहेत या वस्तुस्थितीचा विरोध होतो. हा विरोधाभास √5 ही अपरिमेय संख्या आहे या आपल्या चुकीच्या गृहितकामुळे निर्माण झाला आहे. √5 ही अपरिमेय संख्या आहे.

57. संख्या 510 (विभाजनाचे उदाहरण)

2 | 510

5 | 255

17 | 51

3 | 3

1

510 = 2 x 3 x 5 x 17

HCF (510,92) = 2

LCM (510,92) = 2^2 x 3 x 5 x 17 x 23

LCM = 23460

H x L = A x B

2 x 23460 = 510 x 92

46920 = 46920

LCM x HCF = दोन पूर्णांकांचा गुणाकार

58. 336 = 2 x 2 x 2 x 2 x 3 x 7

54 = 2 x 3 x 3 x 3

LCM of (336, 54) = 2 x 2 x 2 x 2 x 3 x 3 x 3 x 7

= 3024

HCF of (336, 54) = 2 x 3 = 6 LCM x HCF = A x B

336 x 54 = 3024 x 6

18144 = 18144

LHS = RHS

59. 26 = 2 x 13

91 = 7 x 13

(26 आणि 91 चा मसावि = 13)

(26 आणि 91 चा लसावि = 182)

(मसावि x लसावि = A x B)

13 x 182 = 26 x 91

2366 = 2366

LHS = RHS (डावी बाजू = उजवी बाजू)

60.

(दिलेले संख्या विभाजनाचे उदाहरण) 135

3 | 135

3 | 45

3 | 15

5 | 5

1 | 1

75

3 | 75

5 | 25

5 | 5

1 | 1

20

2 | 20

2 | 10

5 | 5

1 | 1

510 = 3 x 3 x 3 x 5 (टीप: हे 510 नाही, हे 135 आहे)

75 = 3 x 5 x 5

20 = 2 x 2 x 5

(135 आणि 75 चा मसावि = 15)

(टीप: हे 135 आणि 75 साठी LCM नाही, 15 आणि 20 साठी आहे)

(लसावि = 60)

61. 12, 15, आणि 21

12 = 2 x 2 x 3

15 = 3 x 5

21 = 3 x 7

(12, 15, 21 चा मसावि = 3)

(12, 15, 21 चा लसावि = 420)

62. 6, 72, 120

6 = 2 x 3

72 = 2 x 2 x 2 x 3 x 3

120 = 2 x 2 x 2 x 3 x 5

(6, 72, 120 चा मसावि = 6)

(6, 72, 120 चा लसावि = 360)

63. 616

2 | 616

2 | 308

2 | 154

7 | 77

11 | 11

1 | 1

616 = 23 x 7 x 11

32

2 | 32

2 | 16

2 | 8

2 | 4

2 | 2

1 | 1

$32 = 2^5$

(616 आणि 32 चा मसावि = 8)

कमाल स्तंभांची संख्या ज्यात प्रत्येक 8 असेल

युनिट २: बहुपदी (POLYNOMIALS)

शिकण्याचे मुद्दे (Learning Points):

- बहुपदीची कोटि (Degree of a polynomial)
- बहुपदीचे प्रकार (Types of polynomials)
- बहुपदीची शून्ये (Zeroes of the polynomial)
- बहुपदीच्या शून्यांचा भूमितीय अर्थ (Geometrical meaning of the zeroes of a polynomial)
- शून्ये आणि बहुपदीचे गुणांक यांच्यातील संबंध (Relationship between Zeroes and Coefficients of a Polynomial)
- जेव्हा बहुपदीची शून्ये दिली जातात तेव्हा बहुपदी शोधणे (Finding a polynomial when its zeroes are given)

प्रश्नांची संख्या (Number of questions)	सोपे (Easy)	सरासरी (Average)	अवघड (Difficult)
56	33	10	13

खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी चार पर्याय दिले आहेत / अपूर्ण विधाने दिली आहेत. योग्य पर्याय निवडा आणि त्याच्या अक्षरासह संपूर्ण उत्तर लिहा. (१ गुण)

1. बहुपदी $p(x)=x^2 -3x-4x^3 -6$ ची कोटि___ आहे. [MQP 2018, Easy]

   A) 2 B) 1 C) 3 D) 6

2. रेषीय बहुपदीची कोटि___ आहे. [MQP 2019, Easy]

   A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

3. बहुपदी $p(x)=2x^3+3x-11+6$ ची कोटि___ आहे. [Easy]

   A) 2 B) 6 C) 3 D) 4

4. वर्ग बहुपदीची कोटि___ आहे. [Easy]

A) 4   B) 1   C) 3   D) 2

5. घन बहुपदीची कोटि___ आहे. [MARCH 2020 Easy]

A) 4   B) 1   C) 3   D) 2

6. वर्ग बहुपदीच्या शून्यांची कमाल संख्या ___ आहे. [SLP 2024, Easy]

A) 4   B) 1   C) 2   D) 3

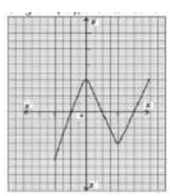
7. वर्ग बहुपदी $f(x)=x^2-9x+20$ मध्ये $f(0)$ चे मूल्य ___ आहे. [Easy]

A) 20   B) 11   C) -20   D) 29

8. बहुपदी $p(x)=x^2-1$ मध्ये $p(2)$ चे मूल्य ___ आहे. [Easy]

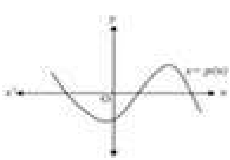
A) 2   B) 3   C) 0   D) 1

9. आकृतीमध्ये, आलेखात दर्शविलेल्या बहुपदी $y=p(x)$ च्या शून्यांची संख्या ___ आहे. [JUNE 2019, Easy]
(आलेखाची इमेज)



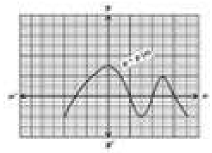
A) 4   B) 3   C) 2   D) 7

10. आकृतीत, बहुपदी $y=p(x)$ आलेखात दर्शविली आहे. बहुपदीच्या शून्यांची संख्या ___ आहे. [सोपे]



A) 4   B) 2   C) 3   D) 1

11. आकृतीत, बहुपदी y=p(x) च्या शून्यांची संख्या ___ आहे. [सोपे]

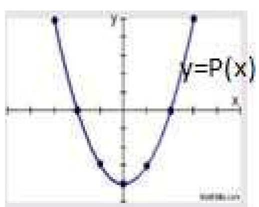


A) 3   B) 5   C) 4   D) 2

12. ज्या वर्ग बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज आणि गुणाकार अनुक्रमे -2 आणि 8 आहे, ती वर्ग बहुपदी ___ आहे. [SLP 2019, अवघड]

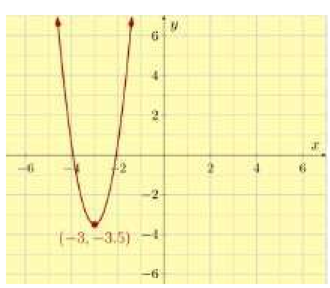
A) x^2+2x+8 B) x^2-2x-8 C) x^2+2x-8 D) x^2-2x+8

13. आकृतीत, बहुपदी y=p(x) च्या शून्यांची संख्या ___ आहे. [सोपे]



A) 1   B) 3   C) 2   D) 4

14. आकृतीत, बहुपदी y=p(x) ची शून्ये ___ आहेत. [सोपे]



A) 1 and -4 B) -3 and -4 C) -2 and -4 D) -1 and -4

15. जर α आणि β या बहुपदी $p(x)=ax^2+bx+c$ च्या शून्ये असतील, तर $\alpha\beta$ चे मूल्य ___ आहे. [APRIL 2024, सोपे]

A) b/a B) −b/a C) –c/a D) c/a

16. जर α आणि β या बहुपदी $p(x)=ax^2+bx+c$ च्या शून्ये असतील, तर $\alpha+\beta$ चे मूल्य ___ आहे. [सोपे]

A) b/a B) –b/a C) c/a D) –c/a

17. जर बहुपदी $p(x)=x^2-x+k$ च्या शून्यांपैकी एक 2 असेल, तर k चे मूल्य ___ आहे. [JUNE 2019, अवघड]

A) 2 B) -2 C) -6 D) 6

18. जर बहुपदी $p(x)=kx^2+2x+3k$ च्या शून्यांची बेरीज त्यांच्या गुणाकाराच्या समान असेल, तर k चे मूल्य ___ आहे. [सरासरी]

A) 2/3 B) −2/3 C) 3/4 D) −3/4

19. ज्या वर्ग बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज आणि गुणाकार अनुक्रमे 4 आणि 5 आहे, ती वर्ग बहुपदी ___ आहे. [MQP 2023, सोपे]

A) $p(x)=x^2-4x-5$ B) $p(x)=x^2+4x-5$ C) $p(x)=x^2-5x+4$ D) $p(x)=x^2-4x+5$

20. बहुपदी $p(x)=x^2-2x-8$ च्या शून्यांची बेरीज ___ आहे. [MQP 2024, सरासरी]

A) -8 B) 2 C) -2 D) 8

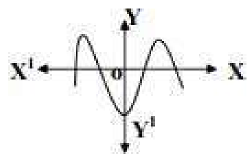
21. जर बहुपदी p(x) चा आलेख (-3, 0), (-1, 5), (0, -6) आणि (2, 0) या बिंदूंमधून जात असेल, तर वर्ग बहुपदीची शून्ये ___ आहेत. [MQP 2024: अवघड]

A) -3 आणि -6 B) 0 आणि -3 C) -1 आणि -5 D) -3 आणि 2

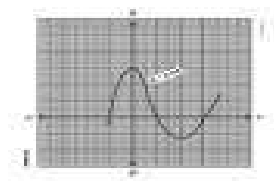
II. **खालील प्रश्नांची उत्तरे (1 गुण)**

22. घन बहुपदीच्या शून्यांची कमाल संख्या किती आहे? [सोपे]

23. दिलेल्या आलेखातून बहुपदी p(x) च्या शून्यांची संख्या शोधा. [MQP 2020, सोपे]



24. दिलेल्या आलेखातून बहुपदी p(x) च्या शून्यांची संख्या शोधा. [JUNE 2020, APRIL 2023, सोपे]



25. बहुपदी $p(x)=x^3+2x^2-5x^4-6$ ची कोटि लिहा. [APRIL 2016, सोपे]

26. बहुपदी $f(x)=x^2-3x^3+2$ ची कोटि लिहा. [APRIL 2018, सोपे]

27. बहुपदी $f(x)=2x^2-x^3+5$ ची पदवी लिहा. [APRIL 2019, सोपे]

28. बहुपदी $p(x)=3x^3-4x^2+5x^4-3x+4$ ची पदवी लिहा. [APRIL 2023, सोपे]

29. बहुपदी $p(x)=x(x^2+2x)+3x-5$ ची पदवी लिहा. [सरासरी]

30. बहुपदी $g(p)=7p^4-2p^3+3p^2+p-3$ ची पदवी लिहा. [MQP 2024, सोपे]

31. बहुपदी $p(x)=x^2-5x+6$ च्या शून्यांची बेरीज शोधा. [JUNE 2023, सोपे]

32. बहुपदी $p(x)=2x^2-9x+10$ च्या शून्यांचा गुणाकार शोधा. [SLP 2020, सोपे]

33. बहुपदी $p(x)=x^2+7x+10$ च्या शून्यांची बेरीज शोधा. [MARCH 2024, सोपे]

34. जर बहुपदी $f(x)=2x^2-3x+k$ च्या शून्यांचा गुणाकार 3 असेल, तर k चे मूल्य शोधा. [सरासरी]

35. ज्या वर्ग बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज आणि गुणाकार अनुक्रमे -3 आणि 2 आहे, ती वर्ग बहुपदी लिहा. [SLP 2019, सोपे]

36. बहुपदी $p(x)=x^2-3$ च्या शून्यांची बेरीज शोधा. [सोपे]

37. बहुपदी $p(x)=x^2-25$ च्या शून्यांची बेरीज शोधा. [सोपे]

38. $P(x)=2x^3+3x^2-11x+6$ असेल, तर P(1) चे मूल्य शोधा. [सरासरी]

39. आलेखात दर्शविलेल्या बहुपदी $y=p(x)$ च्या शून्यांची संख्या लिहा. [MARCH 2025, सोपे]

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (2 गुण)

40. रेषीय बहुपदी आणि वर्ग बहुपदीचे प्रमाणित रूप लिहा. [MQP 2020, सोपे]

41. बहुपदी $p(x)=6x^2-3-7x$ च्या शून्यांची संख्या शोधा. [MQP 2019, सरासरी]

42. बहुपदी $p(x)=4x^2-4x-3$ च्या शून्यांची संख्या शोधा. [APRIL 2019, सरासरी]

43. जर बहुपदी $p(x)=ax^2+bx+c$ च्या शून्यांची बेरीज -3 आणि शून्यांचा गुणाकार 2 असेल, तर सिद्ध करा की $b+c=5$. [अवघड]

44. जर α आणि β या बहुपदी $P(x)=x^2-4x+5$ च्या शून्ये असतील, तर $\alpha^2+\beta^2$ चे मूल्य शोधा. [अवघड]

45. जर α आणि β या बहुपदी $P(x)=x^2+3x+1$ च्या दोन शून्ये असतील, तर $1/\alpha+1/\beta$ चे मूल्य शोधा. [अवघड]

46. जर α आणि β या बहुपदी $P(x)=x^2+3x+1$ च्या दोन शून्ये असतील, तर $\alpha^2\beta+\alpha\beta^2$ चे मूल्य शोधा. [अवघड]

47. बहुपदी $P(x)=2x^2-6x+k$ च्या शून्यांपैकी एक शून्य दुसऱ्या शून्याच्या दुप्पट आहे. k चे मूल्य शोधा. [SEPT 2020, सरासरी]

48. बहुपदी $P(x)=ax^2+bx-4$ च्या शून्यांची बेरीज आणि गुणाकार अनुक्रमे 1 आणि -1 आहे. a आणि b चे मूल्य शोधा. [सरासरी]

49. बहुपदी $P(x)=x^2-5x+6$ च्या शून्यांची संख्या शोधा. [अवघड]

50. ज्या बहुपदीची शून्ये $\sqrt{3}$ आणि $-\sqrt{3}$ आहेत, ती बहुपदी शोधा. [अवघड]

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (3 गुण)

51. वर्ग बहुपदी $p(x)=x^2-2x-8$ ची शून्ये शोधा आणि शून्ये व गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळा. [अवघड]

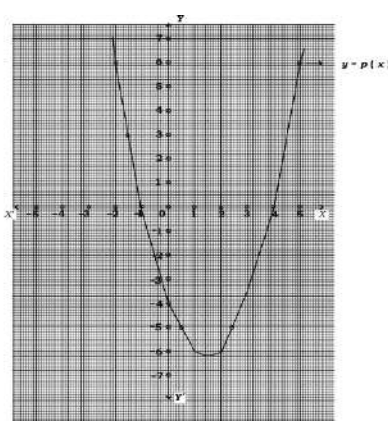
52. वर्ग बहुपदी $p(x)=x^2+7x+10$ ची शून्ये शोधा आणि शून्ये व गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळा. [JUNE 2023, APRIL 2025, अवघड]

53. ज्या वर्ग बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज आणि गुणाकार अनुक्रमे -3 आणि 2 आहे, ती वर्ग बहुपदी लिहा आणि या बहुपदीची शून्ये शोधा. [MARCH 2024, अवघड]

54. ज्या वर्ग बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज आणि गुणाकार अनुक्रमे 7 आणि 12 आहे, ती वर्ग बहुपदी लिहा आणि या बहुपदीची शून्ये शोधा. [JUNE 2024, अवघड]

V. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (4 गुण)

55. आलेखात दर्शविलेल्या वर्ग बहुपदीची शून्ये शोधा. शून्ये आणि गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळा. [अवघड]



VI. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (5 गुण)

56. ज्या वर्ग बहुपदीच्या शून्यांची बेरीज आणि गुणाकार अनुक्रमे -6 आणि 8 आहे, ती वर्ग बहुपदी लिहा. या बहुपदीची शून्ये शोधा आणि शून्ये व गुणांक यांच्यातील संबंध पडताळा. [अवघड]

युनिट : ०२ बहुपदी (POLYNOMIALS)

I. बहुपर्यायी प्रश्न (Multiple choice questions):

1. A) 3
2. B) 1
3. C) 3
4. D) 2
5. C) 3
6. C) 2
7. A) 20
8. B) 3
9. B) 3
10. C) 3
11. C) 4
12. A) $x^2 + 2x + 8$
13. C) 5
14. C) -2 आणि -4
15. C) ac
16. B) a−b
17. A) 2
18. B) 3−2
19. D) $p(x) = x^2 - 4x + 5$
20. B) 2
21. D) -3 आणि 2

II. एक गुणांचे प्रश्न (ONE MARKS QUESTIONS):

22. 3
23. 4
24. 4
25. 4

26. 3
27. 3
28. 4
29. 3
30. 4
31. 5
32. शून्यांचा गुणाकार 2−10=5
33. 7
34. 6
35. $x^2 + 3x + 2$
36. $p(x) = x^2 - 2 - 3$, $P(x) = 0$, $x = 3$ आणि $x = +3$
37. $P(x) = 0$, $x^2 - 25 = 0$, $x = -5$ आणि $x = +5$
38. $P(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 11(1) + 6$

$=2+3-11+6 =0$

३९. C) -२ आणि -४

III. दोन गुणांचे प्रश्न (TWO MARKS QUESTIONS)

४०) रेखीय बहुपदी = bx + c द्विघाती बहुपदी = ax² + bx + c

४१) $p(x) = 6x^2 - 7x - 3$

$p(x) = 6x^2 - 9x + 2x - 3$

$p(x) = 3x (2x - 3) + 1 (2x - 3)$

$p(x) = (2x - 3) (3x + 1)$

$2x - 3 = 0$ किंवा $3x + 1 = 0$

$x = 23$ किंवा $x = 3-1$

४२) $p(x) = 4x^2 - 4x - 3$

$p(x) = 4x^2 - 6x + 2x - 3$

$p(x) = 2x (2x - 3) + 1 (2x - 3)$

$p(x) = (2x - 3)(2x + 1)$

$2x - 3 = 0$ किंवा $2x + 1 = 0$

$x = 23$ किंवा $x = 2-1$

४३) $\alpha+\beta = -b/a = b = 3a$ --- (1)

$\alpha\times\beta = c/a = 2 = 2a$ --- (2)

(1) आणि (2) मिळवा

(2) $b + c = 5e$

४४) शून्यांची बेरीज $= \alpha+\beta = -b/a = -12/3 = 4$

शून्यांचा गुणाकार $= \alpha\times\beta = c/a = 15/3 = 5$

$\alpha+\beta = (\alpha+\beta)2-2(\alpha\times\beta)$

$=4^2-2(5)$

$=16-10$

$=6$

४५) $P(x) = x^2 + 3x + 1$ शून्यांची बेरीज $= \alpha+\beta = -\frac{b}{a} = -3$

शून्यांचा गुणाकार $= \alpha\times\beta = \frac{c}{a} = 1$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+ß}{\alpha Xß} = -\frac{3}{1} = -3$

४६) $P(x) = x^2 + 3x + 1$

$a = 1, b = 3, c = 1$

शून्यांची बेरीज $= \alpha+\beta = -\frac{b}{a} =$ Type equation here.-3

शून्यांचा गुणाकार = $\alpha\times\beta = \frac{a}{c}$ = 1

$\alpha^2\beta+\beta^2\alpha = \alpha\beta(\alpha+\beta) = (1)(-3) = -3$

४७) P(x) = 2x - 2 - 6x + k α आणि β हे P(x) चे शून्य आहेत. दिलेल्या माहितीवरून:

, β=2α

बहुपदींच्या शून्यांची बेरीज = α+β=−b/a

$\alpha+2\alpha= -\frac{-6}{2}$

$3a=\frac{6}{2}$

3a=3

a=1

४८) P(x) = ax² + bx – 4

बहुपदींच्या शून्यांची बेरीज = $\alpha+\beta= -\frac{b}{a} = \frac{1}{4}$

बहुपदींचा गुणाकार = $\alpha\times\beta = \frac{a}{c} = \frac{4}{-4} = -1$

a=4 , b= -1

४९) p(x) = x² - 5x + 6

p(x) = x² - 6x + x - 6

p(x) = x (x - 6) + 1 (x - 6)

p(x) = (x - 6) (x + 1)

x - 6 = 0 आणि x + 1 = 0

x = 6 आणि x = -1

५०) **$\alpha = \sqrt{3}$ $\beta = -\sqrt{3}$**

$\alpha+\beta=\sqrt{3}+(-\sqrt{3})=0$

$\alpha\times\beta=\sqrt{3}\times(-\sqrt{3})=-9=-3$

$p(x) = x^2 - 0x - 3$

$p(x) = x^2 - 3$

IV. तीन गुणांचे प्रश्न (THREE MARKS QUESTIONS):

५१) $p(x) = x^2 - 2x - 8$

$p(x) = x^2 - 4x + 2x - 8$

$p(x) = x(x - 4) + 2(x - 4)$

$p(x) = (x - 4)(x + 2)$

$x - 4 = 0$ आणि $x + 2 = 0$

$x = 4$ आणि $x = -2$

शून्यांची बेरीज $= \alpha+\beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-2}{1} = 2 = (4)+(-2) = 2$

बहुपदींचा गुणाकार $= \alpha\times\beta = \frac{a}{c} = -8$

५२) $p(x) = x^2 + 7x + 10$

$p(x) = x^2 + 5x + 2x + 10$ $(4)(-2) = -8$

$p(x) = x(x + 5) + 2(x + 5)$

$p(x) = (x + 5)(x + 2)$

$x + 5 = 0$ आणि $x + 2 = 0$

$x = -5$ आणि $x = -2$

बहुपदींच्या शून्यांची बेरीज = $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=-7$

बहुपदींचा गुणाकार = $\alpha\times\beta=\frac{a}{c}=10$

$(-5)(-2) = 10$

५३) **शून्यांची बेरीज** = $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=-3$

बहुपदींचा गुणाकार = $\alpha\times\beta=\frac{a}{c}=2$

अपेक्षित बहुपदी $p(x) = x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$

$p(x) = x^2 - (-3)x + 2$

$p(x) = x^2 + 3x + 2$

$p(x) = 0\ x^2 + 3x + 2 = 0$

$x^2 + 2x + x + 2 = 0$

$x (x + 2) + 1 (x + 2) = 0$

$(x + 1) (x + 2) = 0$

$x + 1 = 0$ आणि $x + 2 = 0$

$x = -1$ आणि $x = -2$ ∴

शून्ये $\alpha=-1$ आणि $\beta=-2$

५४) **शून्यांची बेरीज** = $\alpha+\beta=\frac{a}{b}=-7$

बहुपदींचा गुणाकार = $\alpha\times\beta=\frac{a}{c}=12$

अपेक्षित बहुपदी $p(x) = x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$

$p(x) = x^2 - (7)x + 12$

$p(x) = x^2 - 7x + 12$ बहुपदी

$p(x)$ ची शून्ये $= 0$ $x^2 - 7x + 12 = 0$

$x^2 - 4x - 3x + 12 = 0$

$x(x - 4) - 3(x - 4) = 0$

$(x - 4)(x - 3) = 0$

$x - 4 = 0$ आणि $x - 3 = 0$

$x = 4$ आणि $x = 3$

∴ शून्ये $\alpha=4$ आणि $\beta=3$

V. चार गुणांचे प्रश्न (FOUR MARKS QUESTIONS):

५५) a) -1 b) 4

$\alpha+\beta=-1+4=3$

$\alpha\times\beta=(-1)\times4=-4$

$p(x) = x^2 - 3x - 4$

$p(x)$ ची शून्ये $= 0$ $x^2 - 3x - 4 = 0$

$x^2 - 4x + x - 4 = 0$

$x(x - 4) + 1(x - 4) = 0$

$(x + 1)(x - 4) = 0$

$x + 1 = 0$ आणि $x - 4 = 0$

$x = -1$ आणि $x = 4$

५६) $\alpha=-1$, $\beta=4$

$\alpha+\beta= -1+4 = 3$

$\alpha X \beta = -1(4) = -4$

$p(x) = x^2 - 3x - 4$

$x^2 - 4x + x - 4 = 0$

$x(x - 4) + 1(x - 4) = 0$

$(x + 1)(x - 4) = 0$

$x + 1 = 0$ and $x - 4 = 0$

$x = -1$ and $x = 4$

प्रकरण :3दोन चलपदामधील रेषीय समीकरणांची जोडी

शिकण्याचे मुद्दे (Learning Points):

1. दोन चलांतील रेषीय समीकरणांच्या जोडीची ओळख
2. दोन चलांतील रेषीय समीकरणांच्या जोडीचे प्रमाणित स्वरूप
3. रेषीय समीकरणांच्या जोडीच्या निराकरणाची आलेख पद्धत
4. रेषीय समीकरणांच्या सहगुणकांच्या गुणोत्तरांमधील संबंधाचे स्पष्टीकरण
5. रेषीय समीकरणांच्या जोडीचे निराकरण करण्याच्या बीजगणितीय पद्धती

   (i) प्रतिस्थापन पद्धत (Substitution Method)

   (ii) निरसन पद्धत (Elimination Method)

6. उपयोजित प्रश्न (Application Problems)

प्रश्नांची संख्या **Number of questions**	सोपे **Easy**	मध्यम **Average**	कठीण **Difficult**
51	**12**	**29**	**10**

I 1. खालील चार प्रश्न दिले आहेत. योग्य पर्याय निवडून रिकाम्या जागा भरा. (1 गुण)

प्रश्न 1: जर $a_1x+b_1y+c_1=0$ आणि $a_2x+b_2y+c_2=0$ या रेषीय समीकरणांच्या जोडीसाठी काढलेल्या रेषा एकरेषीय ((coincident) असतील, तर खालीलपैकी कोणता संबंध योग्य आहे? (जून-2025, सोपे)

A) $a_1/a_2 = b_1/b_2 = c_1/c_2$ B) $a_1/a_2 \neq b_1/b_2 \neq c_1/c_2$

C) $a_1/a_2 = b_1/b_2 \neq c_1/c_2$ D) $a_1/a_2 \neq b_1/b_2 = c_1/c_2$

प्रश्न 2. : जर $a_1x+b_1y+c_1=0$ आणि $a_2x+b_2y+c_2=0$ या रेषीय समीकरणांच्या जोडीसाठी काढलेल्या रेषा छेदत असतील, तर खालीलपैकी कोणता संबंध योग्य आहे?

(जुलै-2021, सोपे)

A) $a_1 / a_2 = b_1 / b_2 \neq c_1 / c_2$ B) $a_1 / a_2 = b_1 / b_2 = c_1 / c_2$

C) $a_1 / a_2 \neq b_1 / b_2$ D) $a_1 / a_2 \neq b_1 / b_2$

प्रश्न 3. रेषीय समीकरणांच्या जोडीमध्ये $a_1x+b_1y+c_1=0$ आणि $a_2x+b_2y+c_2=0$ जर

$a_1 / a_2 \neq b_1 / b_2$ असेल, तर (जून-2022, सोपे).

A) समीकरणांना कोणतही उकल नाही

B) समीकरणांना एकमेव उकल आहे

C) समीकरणांना तीन उकल आहेत

D) समीकरणांना अमर्याद उकल आहेत

प्रश्न 4 जर $a_1x+b_1y+c_1=0$ आणि $a_2x+b_2y+c_2=0$ या रेषीय समीकरणांच्या जोडीला एकच उकल (unique solution) असेल, तर खालीलपैकी कोणता संबंध योग्य आहे?

A) $a_1 / a_2 \neq b_1 / b_2$ —B) $a_1 / a_2 = b_1 / b_2 = c_1 / c_2$

C) $a_1 / a_2 = b_1 / b_2$ D) $a_1 / a_2 = b_1 / b_2 \neq c_1 / c_2$

प्रश्न 5: $2x+3y-9=0$ आणि $4x+6y-18=0$ या समीकरणांद्वारे दर्शविलेल्या रेषा------ आहेत

A) छेदणाऱ्या रेषा (Intersecting lines) (एप्रिल-2024, सरासरी)

B) एकमेकांना लंब रेषा (Perpendicular to each other)

C) समांतर रेषा (Parallel lines)

D) एकरेषीय रेषा (Coincident lines)

प्रश्न 6: $x+2y-4=0$ आणि $2x+4y-12=0$ या समीकरणांद्वारे दर्शविलेल्या रेषा आहेत

A) छेदणाऱ्या रेषा (Intersecting lines)   (सप्टेंबर-2020, सरासरी)

B) समांतर रेषा (Parallel lines)

C) एकमेकांना लंब रेषा (Perpendicular to each other)

D) एकरेषीय रेषा (Coincident lines)

प्रश्न 7: 2x-5y+4=0 आणि 2x+y-8=0 या रेषीय समीकरणांच्या जोडीला

A) नक्की दोन उकल आहेत (exactly two solutions)   (सोपे)

B) अनंत उकल आहेत (infinitely many solutions)

C) एकच उकल आहे (unique solution)

D) कोणतही उकल नाही (no solution)

प्रश्न 8: x-2y=0 आणि 3x+4y-20=0 या रेषीय समीकरणांच्या जोडीद्वारे दर्शविलेल्या रेषा ----आहेत (जुलै-2021, सरासरी)

A) छेदणाऱ्या रेषा (intersecting lines)

B) एकमेकांना लंब रेषा (perpendicular to each other)

C) समांतर रेषा (parallel lines)

D) एकरेषीय रेषा (coincident lines)

प्रश्न 9: जर x+2y-4=0 आणि 2x+4y-12=0 या रेषीय समीकरणांच्या जोडीला आलेखावर दर्शविले, तर त्या ------आहे (एप्रिल-2024, सरासरी)

A) छेदणाऱ्या रेषा (intersecting lines)

B) एकमेकांना लंब रेषा (perpendicular to each other)

C) समांतर रेषा (parallel lines)

D) एकरेषीय रेषा (coincident lines)

प्रश्न 10: $x-y=8$ आणि $3x-3y=16$ या रेषीय समीकरणांच्या जोडीद्वारे दर्शविलेल्या रेषा---- आहेत

A) छेदणाऱ्या रेषा (intersecting lines) (जून-2022, सरासरी)

B) एकमेकांना लंब रेषा (perpendicular to each other)

C) समांतर रेषा (parallel lines)

D) एकरेषीय रेषा (coincident lines)

प्रश्न 11: जर रेषीय समीकरणांची जोडी असंगत (inconsistent) असेल, तर त्यांद्वारे दर्शविलेल्या रेषा -------आहेत (सोपे)

A) छेदणाऱ्या रेषा (intersecting lines)

B) एकमेकांना लंब रेषा (perpendicular to each other)

C) समांतर रेषा (parallel lines)

D) एकरेषीय रेषा (coincident lines)

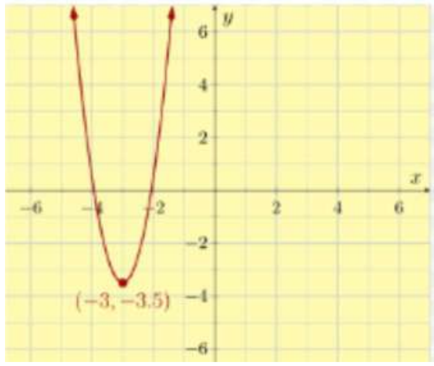
प्रश्न 12: जर $x+2y=3$ आणि $2x+4y=k$ या रेषीय समीकरणांच्या जोडीद्वारे दर्शविलेल्या रेषा एकरेषीय (coincident) असतील, तर 'k' चे मूल्य--- आहे (ऑगस्ट-2024, कठीण)

A) 3 B) 6 C) -3 D) -6

प्रश्न 13: जर $3x+2ky=2$ आणि $2x+5y+1=0$ या रेषीय समीकरणांद्वारे दर्शविलेल्या रेषा समांतर असतील, तर 'k' चे मूल्य---- आहे (कठीण)

A) -5/4 B) 2/5 C) 15/4 D) 3/2

14. आकृतीमध्ये, $y = p(x)$ या बहुपदीची शून्यके आहेत, (सोपे)



A) 1 आणि -4 B) -3 आणि -4 C) -2 आणि -4 D) -1 आणि -4

प्रश्न 15: रेषीय समीकरणांच्या जोडीद्वारे दर्शविलेल्या रेषांच्या संदर्भात चुकीचे विधान खालीलपैकी कोणते आहे? (सरासरी)

A) जर रेषा समांतर असतील, तर समीकरणांना कोणताही उकल नाही.

B) जर रेषा एकमेकांना लंब असतील, तर समीकरणांना कोणताही उकल नाही.

C) जर रेषा एकरेषीय असतील, तर समीकरणांना अनंत उकल आहेत.

D) जर रेषा छेदणाऱ्या असतील, तर समीकरणांना एकच उकल आहे.

प्रश्न 16: $2x+3y=16$ या समीकरणाचे समाधान करणारे x आणि y चे मूल्य आहे. (सरासरी)

A) x=5, y=2 B) x=2 , y=5 C) x=-5 , y=-2 D) x=-5 , y=2

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (1 गुण)

प्रश्न 17: 'x' आणि 'y' चलांसह रेषीय समीकरणाची प्रमाणित जोडी लिहा. (सोपे)

प्रश्न 18: जर रेषीय समीकरणांची जोडी असंगत (inconsistent) असेल तर तिला किती उकल (solutions) आहेत? (एप्रिल-2022, सरासरी)

प्रश्न 19: रेषीय समीकरणे $a_1x+b_1y+c_1=0$ आणि $a_2x+b_2y+c_2=0$ यांना किती उकल असतील जर $a_1 / a_2 \neq b_1 / b_2$ (जून-2022 सोपे)

प्रश्न 20: रेषीय समीकरणांच्या जोडीला किती उकल (solutions) आहेत, जर त्यांच्याद्वारे दर्शविलेल्या रेषा जुळणाऱ्या (coincident) असतील? (, सोपे)

प्रश्न 21: 'l' लांबी आणि 'b' रुंदी असलेल्या आयताची परिमिती 32m आहे. या विधानासाठी दोन चलपदामधील रेषीय समीकरण तयार करा. (सरासरी)

प्रश्न 22: एका वर्गात, 'मुलांची संख्या (x) मुलींच्या संख्येच्या (y) दुप्पट पेक्षा 1 ने जास्त आहे'. या विधानासाठी दोन चलपदामधील रेषीय समीकरण तयार करा. (सरासरी)

प्रश्न 23: जर $x + 2y - 4 = 0$ आणि $ax + by - 12 = 0$ या समीकरणांद्वारे दर्शविलेल्या रेषा जुळणाऱ्या (coincident) असतील, तर 'a' आणि 'b' ची किंमत शोधा. (सरासरी)

प्रश्न 24 जर समीकरणे $4x+py+8=0$ आणि $4x+4y+2=0$ यांनी दर्शवलेल्या रेषा समांतर असतील, तर 'p' ची किंमत शोधा. (कठीण)

प्रश्न 25. दिलेली समीकरणे रेषीय समीकरणांच्या जोडी $x+2y-4=0$ आणि $3x+2y-5=0$ ला किती उकल आहेत? (जून-2023, सोपे)

प्रश्न 26: रेषीय समीकरणांच्या $2x + 3y - 9 = 0$ आणि $4x + 6y - 18 = 0$ या जोडीला किती उकल आहेत? (सोपे)

प्रश्न 27: दोन चलपदामधील रेषीय समीकरणांच्या जोडीला किती उकल आहेत जर त्या दर्शविणाऱ्या रेषा छेदत असतील (intersecting)? (जून-2024, सोपे)

प्रश्न 28: रेषीय समीकरणांच्या $2x - 3y + 4 = 0$ आणि $3x + 5y + 8 = 0$ या जोडीला किती उकल आहेत? (एप्रिल-2024, सरासरी)

प्रश्न 29: रेषीय समीकरणांच्या $2x + 3y - 9 = 0$ आणि $3x - 2y + 6 = 0$ या जोडीला किती उकल आहेत? (मार्च-2025, सरासरी)

III. प्रश्नांची उत्तरे द्या (2 गुण)

प्रश्न 30 दिलेल्या रेषीय समीकरणांची जोडी लोप पद्धतीने सोडवा (मार्च-2025, सरासरी)

$2x + y = 10$

$x - y = 2$

प्रश्न 31 दिलेल्या रेषीय समीकरणांची जोडी लोप पद्धतीने सोडवा: (, सरासरी)

$3x - y = 15$ $2x - y = 5$

प्रश्न 32 दिलेल्या रेषीय समीकरणांची जोडी लोप पद्धतीने) सोडवा:

$2x + y = 8$ (जून-2024 सरासरी)

$x - y = 1$

प्रश्न 33. दिलेल्या रेषीय समीकरणांची जोडी पर्यायी पद्धतीने (substitution method) सोडवा . (सरासरी)

$x + y = 14$

$x - y = 4$

प्रश्न 34. दिलेल्या रेषीय समीकरणांची जोडी पर्यायी पद्धतीने सोडवा (सरासरी)

$x + 2y = 8$

$x - y + 1 = 0$

प्रश्न 35 दिलेल्या रेषीय समीकरणांची जोडी लोप पद्धतीने सोडवा: (मार्च -2024 सरासरी)

$2x + y = 8$ $3x - y = 7$

प्रश्न 36. दोन धन पूर्णांकांची बेरीज 10 आहे आणि वजाबाकी 2 आहे. ते पूर्णांक शोधा. (सरासरी)

प्रश्न 37: दोन धन पूर्णांकांची बेरीज 15 आहे. जर एक संख्या दुसऱ्यापेक्षा 1 ने जास्त असेल, तर ते पूर्णांक शोधा. (सरासरी)

प्रश्न 38 दिलेल्या रेषीय समीकरणांची जोडी लोप पद्धतीने (elimination method) सोडवा:

. $3x + 2y = 5$ (कठीण)

$x - y = 1$

प्रश्न 39: दिलेल्या रेषीय समीकरणांची जोडी लोप पद्धतीने (elimination method) सोडवा:

(कठीण)

$2x + 5y = 7$ आणि $5x + 2y = 7$

IV. प्रश्नांची उत्तरे द्या (3 गुण)

प्रश्न 40: जेव्हा अंश आणि छेद दोन्हीमध्ये 2 मिळवले तर 9/11 हा अपूर्णांक मिळतो . जर अंश आणि छेद दोन्हीमध्ये 3 मिळवले तर 5/6 हा अपूर्णांक मिळतो. तर तो अपूर्णांक शोधा. (कठीण)

प्रश्न 41: 10 वर्षांनंतर x चे वय 'y' च्या दुप्पट होईल. दहा वर्षांपूर्वी, 'x' चे वय 'y' च्या सहा पट होते. त्यांची सध्याची वये शोधा. (कठीण)

प्रश्न 42: रितूला प्रवाहाच्या दिशेने (downstream) नौकाविहार 20 किमी अंतर कापायला 2 तास लागतात आणि प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने (upstream) नौकाविहार 4 किमी अंतर कापायला 2 तास लागतात. रितूचा नौकाविहारचा स्थिर पाण्यातील वेग व प्रवाहाचा वेग काढा. (कठीण)

प्रश्न 43:. दोन व्यक्तींच्या उत्पन्नाचे गुणोत्तर 9 : 7आहे आणि खर्चाचे गुणोत्तर 4 : 3 आहे जर ते महिन्याला रु. 2000 ठेवत असतील तर प्रत्येकाचे एका महिन्याचे उत्पन्न किती ? (कठीण)

प्रश्न 44: पाच वर्षांनंतर, ‘A’चे वय त्याच्या मुलाच्या वयाच्या तिप्पट असेल.पाच वर्षांपूर्वी, ‘A’चे वय त्याच्या मुलाच्या वयाच्या सात पट होते. तर त्यांची सध्याची वये काढा. (कठीण)

V. प्रश्नांची उत्तरे द्या (4 गुण)

प्रश्न 45: रेषीय समीकरणांची दिलेली जोडी आलेख पद्धतीने ((graphical method) सोडवा.

$2x + y = 6$ (सरासरी)

$2x - y = -2$

प्रश्न 46: रेषीय समीकरणांची दिलेली जोडी आलेख पद्धतीने सोडवा.

$x + 2y = 6$ (सरासरी)

$x - y = 0$

प्रश्न 47: रेषीय समीकरणांची दिलेली जोडी आलेख पद्धतीने सोडवा.

$2x + y = 8$

$x - y = 1$ (जून 2019 सरासरी)

प्रश्न 48: रेषीय समीकरणांची दिलेली जोडी आलेख पद्धतीने सोडवा.

x + 2y = 6 (मार्च 2025, सरासरी)

x + y = 5

प्रश्न 49: रेषीय समीकरणांची दिलेली जोडी आलेख पद्धतीने सोडवा.

(मार्च 2019, सरासरी)

x + 3y = 6

2x - 3y = 1

50. खालील रेषीय समीकरणांची जोडी आलेख पद्धतीने सोडवा.

2x + y = 6 (में 2025, सरासरी)

2x – y = 2

51. खालील रेषीय समीकरणांची जोडी आलेख पद्धतीने सोडवा. (जुलै 2025, सरासरी)

2x – y = 7 x – y = 2

प्रकरण 3: दोन चलपदामधील रेषीय समीकरणांची जोडी उत्तरे-

1) A)
2) C)
3) B)
4) A)
5) D)
6) B)
7) C)
8) A)
9) C)
10) C)
11) C)
12) B)
13) C)
14) B)
15) B)

16) A)

II. *खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.*

17) $a1x+b1y+c1=0$ $a2x+b2y+c2=0$

18) उकल नाही

19) एक उकल

20) अनेक उकल

21) $(l+b) = 16$

22) $(2x+1)+y$

23) $a=3, b=6$

24) $p=4$

25) एक उकल

26) अनेक उकल

27) एक उकल

28) एक उकल

29) एक उकल

III. *खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.*

30. $2x+y=10$

$x - y= 2$

$3x = 12$

$x = 4$

x ची किंमत समीकरण (1) मध्ये ठेवा:

$2x+y=10$

$2(4)+y=10$

$8+y=10$

$y = 10 - 8$

$y = 2$

31) 3x-y=15 2x-y=5

5x=20

x=4

x ची किंमत समीकरण (1) मध्ये ठेवा:

3x+y=15

3(4)+y=15

12+y=15

y=15-12

y=3

32) 2x+y=8 x-y=1

3x=9

x=3

x ची किंमत समीकरण (1) मध्ये ठेवा:

2x+y=8

2(3)+y=8

6+y=8

y=8-6

y=2

y=1 (यामध्ये काहीतरी टायपिंगची चूक आहे, कारण y ची किंमत 2 येते, 1 नाही.)

33)

x+y=14 -----(1)

x-y= 4 -----(2)

x+y=14

y=14 - x

y ची किंमत समीकरण (2) मध्ये ठेवा:

x-y= 4

x- (14- x) = 4

x- 14+ x = 4

2x = 4+14

2x = 18

x = 9

x ची किंमत समीकरण (1) मध्ये ठेवा:

x+y=14

9+y =14

y = 14-9

y= 5

34)

x+2y=8 -----(1)

x- y= -1 -----(2)

x+2y=8

x = 8 -2y

x ची किंमत समीकरण (2) मध्ये ठेवा:

$x - y = -1$

$(8-2y) - y = -1$

$8 - 2y - y = -1$

$8 - 3y = -1$

$-3y = -1 - 8$

$-3y = -9$

$y = 3$

y ची किंमत समीकरण (1) मध्ये ठेवा:

$x+2y=8$

$x+2(3)=8$

$x = 8-6$

$x= 2$

35) $2x + y = 8$ $3x - y= 7$

$5x=15$

$x=3$

x ची किंमत समीकरण (1) मध्ये ठेवा:

$2x+y=8$

$2(3)+y = 8$

$6+y=8$

$y=8-6$

$y=2$

36) समजा संख्या x आणि y आहेत. $x+y=10$ $x-y=2$

$2x=12$

$X=6$

x ची किंमत समीकरण (1) मध्ये ठेवा:

$x+y=10$

$6+y=10$

$y=10-6$

$y=4$

37) समजा संख्या x आणि y आहेत. $x+y=15$ आणि $x+1=y$ $x+y=15$ $x-y=-1$

$2x=14$

$x=7$

x ची किंमत समीकरण (1) मध्ये ठेवा:

$x+y=15$

$7+y=15$

$y=15-7$

$y=8$

38) समीकरण)1) ला 1 ने आणि समीकरण)2) ला 2 ने गुणा: $(3x+2y=5)\times 1$ $(x-y=1)\times 2$ $3x+2y=5$ $2x-2y=2$

$5x=7$

$x=7/5$

समीकरण)1) ला 1 ने आणि समीकरण)2) ला 3 ने गुणा: (3x+2y = 5) × 1 (x –y = 1) × 3 3x+2y = 5 3x- 3y = 3

5y = 2

y = 2/5

39) समीकरण)1) ला 5 ने आणि समीकरण)2) ला 2 ने गुणा: (2x+5y = 7) × 5 (5x+2y = 7) × 2 10x + 25y = 35 10x + 4y = 14 (-) (-) (-) (चिन्हे बदलली(

21y = 21 (येथे 21x नाही, 21y पाहिजे)

y = 1 (येथे y = 1 पाहिजे, x = 1 नाही)

x ची किंमत समीकरण (1) मध्ये ठेवा: (येथे x ची किंमत नाही, y ची किंमत ठेवणे योग्य ठरेल)

2x+5y = 7

2(x) + 5(1) = 7 (येथे 5y ची किंमत ठेवली आहे, जर y=1 असेल तर)

2x + 5 = 7

2x = 7-5

2x = 2

x = 1

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

40) समजा अपूर्णांक x/y आहे.

समीकरणानुसार:

y+2x+2=119

11(x+2)=9(y+2)

11x+22=9y+18

$11x-9y=18-22$

$11x-9y=-4$ ----------- (1)

आणि

$y+3x+3=65$

$6(x+3)=5(y+3)$

$6x+18=5y+15$

$6x-5y=15-18$

$6x-5y=-3$ ------------ (2)

समीकरण (1) आणि (2) वरून:

समीकरण (1) ला 5 ने आणि समीकरण (2) ला 9 ने गुणूया:

$(11x-9y=-4)\times 5$

$(6x-5y=-3)\times 9$

$55x-45y=-20$ $54x-45y=-27$ (-) (+) (+) (चिन्हे बदलली(

$x=7$

x ची किंमत समीकरण (1) मध्ये ठेवूया:

$11x-9y=-4$

$11(7)-9y=-4$

$77-9y=-4$

$-9y=-4-77$

$-9y=-81$

$9y=81$

$y=9$

$x=7, y=9$

म्हणून, आवश्यक अपूर्णांक 97 आहे.

41) दिलेल्या माहितीनुसारः

$x+10=2(y+10)$

$x+10=2y+20$

$x-2y=20-10$

$x-2y=10$ ------------- (1)

दिलेल्या माहितीनुसार:

$x-10=6(y-10)$

$x-10=6y-60$

$x-6y=-60+10$

$x-6y=-50$ ------------ (2) (येथे (32) ऐवजी (2) असेल)

समीकरण)1) मधून समीकरण)2) वजा करूया: $x-2y=10$ $x-6y=-50$ (-) (+) (+) (चिन्हे बदलली(

$4y=60$

$y = 15$

y ची किंमत समीकरण (1) मध्ये ठेवा:

$x - 2y = 10$

$x - 2(15) = 10$

$x - 30 = 10$

x = 10 + 30

x = 40

x चे सध्याचे वय 40 आहे.

y चे सध्याचे वय 15 आहे.

42) समजा स्थिर पाण्यात बोटीचा वेग = x किमी/तास

प्रवाहाचा वेग = y किमी/तास

आता, रितूचा प्रवाहाच्या दिशेने वेग = (x+y) किमी/तास

प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने वेग = (x-y) किमी/तास

दिलेल्या प्रश्नानुसार:

2(x+y) = 20

x+y = 10 --------- (1)

2(x-y) = 4

x-y = 2 --------- (2)

समीकरण)1) आणि)2) यांची बेरीज करूया: x+y = 10 x-y = 2

2x = 12

x = 6

x ची किंमत समीकरण (1) मध्ये ठेवूया:

x+y = 10

6+y = 10

y = 10-6

y = 4

स्थिर पाण्यात रितूचा वेग 6 किमी/तास आहे.

प्रवाहाचा वेग = 4 किमी/तास आहे.

43) समजा व्यक्तींचे उत्पन्न आणि खर्च अनुक्रमे x आणि y आहेत.

उत्पन्न - खर्च = बचत

(9x - 4y = 2000) × 3

(7x - 3y = 2000) × 4

27x - 12y = 6000 28x - 12y = 8000 (-) (+) (-) (चिन्हे बदलली(

-1x = -2000

x = 2000

x ची किंमत समीकरण (1) मध्ये ठेवूया:

9x - 4y = 2000

9(2000) – 4y = 2000

18000 – 4y = 2000

-4y = 2000 - 18000

-4y = -16000

y = 4000

आता आपण मासिक उत्पन्न शोधू शकतो.

पहिल्या व्यक्तीचे उत्पन्न = 9x

= 9 (2000)

= 18000

दुसऱ्या व्यक्तीचे उत्पन्न = 7 (2000)

= 14000

44) समजा A चे वय = x

मुलाचे वय = y

प्रश्नानुसार, पाच वर्षानंतर:

x+5=3(y+5) (येथे x+y ऐवजी x+5 आणि y+5 पाहिजे)

x+5=3y+15

x−3y=15−5

x−3y=10 --------- (1)

पाच वर्षांपूर्वी त्यांची वये:

x−5=7(y−5) (येथे x−y ऐवजी x−5 पाहिजे)

x−5=7y−35

x−7y=−35+5

x−7y=−30 --------- (2)

समीकरण)1) मधून समीकरण)2) वजा करूया: x−3y=10 x−7y=−30 (-) (+) (+) (चिन्हे बदलली(

4y=40

y=10

समीकरण (1) मध्ये y ची किंमत ठेवूया:

x−3y=10

x−3(10)=10

x−30=10

x=10+30

x=40

- A चे सध्याचे वय 40 वर्षे आहे.
- त्याच्या मुलाचे सध्याचे वय 10 वर्षे आहे.

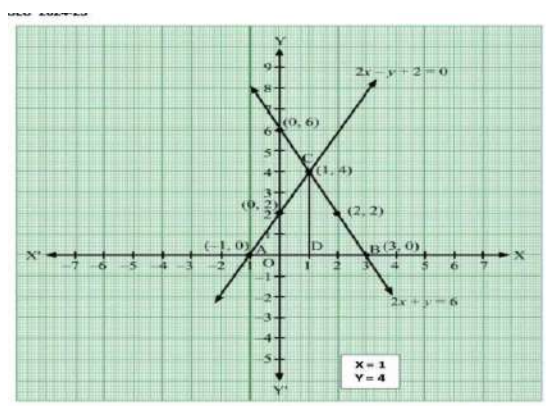
v. खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

45. 2x+y= 6

X	0	3
Y	6	0

2x-y= -2

X	0	-1
Y	2	0

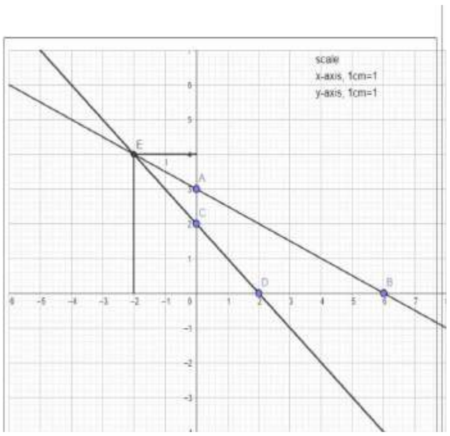


46. x+2y= 6

X	0	3
Y	3	0
(x,y)	(0,3)	(6,0)

x+y= 2

X	0	2
Y	2	0
(x,y)	(0,5)	(5,0)



47. *2x+y= 8*

X	0	4
Y	8	0

(x,y) (0,8) (4,0)

x-y= 1

X	0	1

Y	**-1**	**0**
(x,y)	**(0,-1)**	**(1,0)**

Ans x=3 y=2

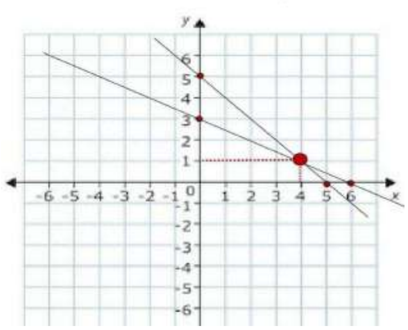
48. *x+2y= 6*

X	**0**	**6**
Y	**3**	**0**

x+y= 5

X	**0**	**5**
Y	**5**	**0**

x=4 y=1

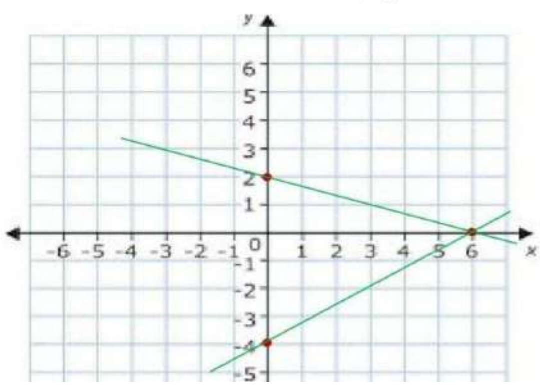


49. *x+3y= 6*

X	0	6
Y	2	0

2x-3y= 12

X	0	6
Y	-4	0



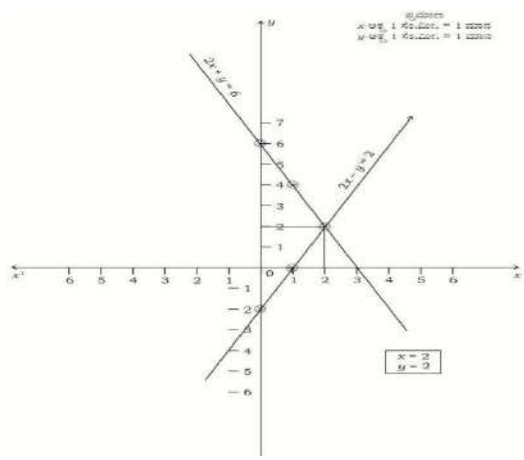
x=6 y=0

50. 2**x+y =6**

X	0	1	2
Y	6	4	2

2x-y= 2

X	0	1	2
Y	-2	0	2



51. $2x-y=7$

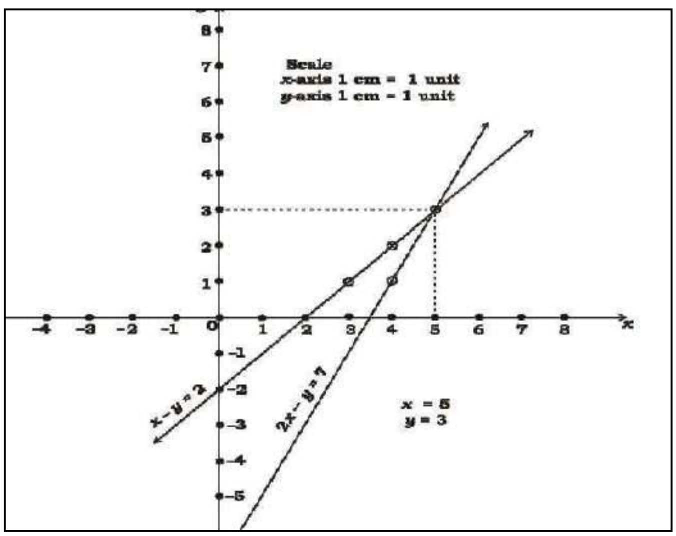
$y=2x-7$

X	3	4	5
Y	-1	1	3

$x-y=2$

$y=x-2$

X	3	4	5
Y	1	2	3



प्रकरण 4 : वर्गसमीकरणे

अध्ययन अंश

- वर्गसमीकरणाची व्याख्या आणि प्रमाणित नमूना
- दिलेल्या समीकरणांमधून वर्गसमीकरणे ओळखणे.
- अवयव पद्धतीनुसार वर्गसमीकरणे सोडवणे,
- वर्गसमीकरणाचे विवेचक आणि बिजांचे स्वरूप.
- उपयोजन समस्या

प्रश्नांची संख्या	सोपे	मध्यम	कठीण
73	16	44	13

I. खालील प्रश्नांसाठी/अपूर्ण विधानांसाठी चार पर्याय दिले आहेत. योग्य पर्याय निवडा आणि त्याचे अक्षर (A, B, C, D) वापरून पूर्ण उत्तर लिहा. (1 गुण)

1. वर्गसमीकरणाचा प्रमाणित नमूना----- आहे,   (MQP II -2020)   (सोपे)

A) $ax^2-bx+c=0$ B) $ax^2+bx+c=0$ C) $ax^2-bx-c=0$ D) $ax^2-bx=0$

2. खालीलपैकी वर्गसमीकरण हे आहे,   (APRIL-2025 EXAM-1)   (मध्यम)

A) x^3-6x B) $p(x) = x^2+7x$ C) 3x=9   D) $x^2+3x+4=0$

3. खालीलपैकी वर्गसमीकरण आहे,   (SLP-2022)   (सोपे)

A) $x^{-2}-3x+2=0$ B) 2x+3=0   C) $x^2-5x+6=0$ D) $2x^3+7x+1=0$

4. $5x^2=2(2x+3)$ हे समीकरण वर्ग समीकरणाच्या प्रमाणित नमुन्यात लिहिले असता मिळणारे

स्थिर पद हे आहे.   (MQP II -2020)   (मध्यम)

A) 5   B) 6   C) 4   D) -6

5 . x(x+2)=6 हे -----आहे: (MQP-1 2025) (मध्यम)

A) रेषीय समीकरण B) वर्गसमीकरण C) घन समीकरण D) वर्ग बहुपदी

6 . $2x^2$−3x−5=0 या वर्गसमीकरणाचा प्रमाणित नमुना ------आहे: (सोपे)

A) x^2−x+5=0 B) $2x^2$+3x−5=0 C) $2x^2$−3x−5=0 D) $2x^2$−3x+5=0

7 . दोन क्रमवार धन पूर्णांकांचा गुणाकार 30 आहे. या समीकरणाचे विधान हे आहे:

(Apr-2019:सोपे)

A) x (x+2)=30 B) x(x−2)=30 C) x(x−3)=30 D) x(x+1)=30

8 . वर्गसमीकरण ax^2+ bx +c=0 चे विवेचक----- आहे:(APR -2024 EXAM-3 सोपे)

A) b^2−4ac B) c^2−4ab C) b^2+4ac D) a^2+4ab

9 . वर्गसमीकरण x^2+4x+4=0 च्या विवेचकाचे किंमत (मध्यम)

A) 0 B) 12 C) 16 D) 48

10 . जर वर्गसमीकरणाच्या विवेचकाची किंमत शून्य असेल, तर समीकरणाच्या बिजांचे स्वरूप आहे:

A) भिन्न, वास्तव आणि अपरिमेय B) वास्तव आणि समान (सोपे)

C) भिन्न, वास्तव आणि परिमेय D) बीजे वास्तव नाहीत

11 . वर्गसमीकरण x^2−2x+1=0 च्या बिजांचे स्वरूप आहे: (मध्यम)

A) दोन समान वास्तव बीजे आहेत

B) दोन भिन्न,वास्तव आणि परिमेय बीजे आहेत

C) दोन भिन्न, वास्तव आणि अपरिमेय बीजे आहेत

D) वास्तव बीजे नाहीत

12 . जर वर्गसमीकरण x^2+6x+k=0 ची बीजे वास्तव आणि समान असतील,

तर 'k' चे किंमत आहे: (मध्यम)

A) 9 B) -9 C) 8 D) 5

13 . जर वर्गसमीकरण ax^2+ bx +c=0 ची बीजे वास्तव आणि भिन्न असतील, तर (सोपे)

A) a^2−4ac>0 B) b^2−4ac > 0 C) a^2−4ac=0 D) a^2−4ac>0

14. (x−3)(x+2)=0 समीकरणाची बीजे ही आहेत (JULY-2021) (सोपे)

A) -3, 2 B) 3,-2 C) -3,-2 D) 3,2

15)जर वर्गसमीकरण (2x−3)(x+5)=0 चे एक बीज -5 असेल, तर दुसरे बीज आहे,

(MQP -2021) (सोपे)

A) 5 B) -3/2 C) 3/2 D) 2/3

16)जर वर्गसमीकरण 2x^2+ ax+6=0 चे एक बीज 2 असेल, तर 'a' ची किंमत आहे

(JULY-2021) (मध्यम)

A) 7 B) 7/2 C) -7 D) −2/7

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (1 गुण)

17. समीकरण x(2+x)=3 हे वर्गसमीकरणाच्या प्रमाणित नमुन्यात करा(APRIL -2023) (सोपे)

18. समीकरण $\frac{X+1}{2} = \frac{1}{X}$ हे वर्गसमीकरणाच्या प्रमाणित नमुन्यात लिहा (JUNE -2020) (मध्यम)

19. वर्गसमीकरण $px^2+qx-r=0$ चे विवेचक लिहा. (MQP-2020) (मध्यम)
20. वर्गसमीकरण $2x^2-4x+3=0$ च्या विवेचकाची किंमत शोधा. (APRIL-2019) (मध्यम)
21. जर वर्गसमीकरण $(x+4)(x+3)=0$ चे एक बीज -4 असेल, तर दुसरे बीज शोधा. (SEPT -2020) (सोपे)
22. वर्गसमीकरण $(x-1)(x+3)=0$ ची बीजे शोधा. (SLP -2024) (सोपे)
23. वर्गसमीकरण $x^2-5x+1=0$ चे विवेचक शोधा. (JUNE-2023) (मध्यम)
24. वर्गसमीकरण $x^2-9=0$ च्या बिजांचे स्वरूप लिहा. (MC Q -4, 2024) (मध्यम)
25. समीकरण $2m^2=2-m$ हे वर्गसमीकरणाच्या प्रमाणित नमुन्यात लिहा. (सोपे)
26. वर्गसमीकरण $x^2-x=0$ ची बीजे शोधा. (सोपे)
27. वर्गसमीकरण $x(x+2)=0$ ची बीजे लिहा (MARCH-2025) (सोपे)
28. वर्गसमीकरण $ax^2+bx+c=0$ ची बीजे लिहा. (May 2025) (सोपे)
29. दोन क्रमवार धन पूर्णांकांचा गुणाकार 306 आहे. हे विधान वर्गसमीकरणाच्या प्रमाणित नमुन्यात लिहा. (मध्यम)

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (२ गुण)

30. वर्गसमीकरण $x^2+7x+12=0$ ची बीजे अवयव पद्धतीने शोधा. (जून-2019) (मध्यम)
31. वर्गसमीकरण $x^2+4x-60=0$ ची बीजे शोधा. (MC Q -4,2024) (मध्यम)
32. वर्गसमीकरण $x^2+3x+2=0$ ची बीजे अवयव पद्धतीने शोधा. (MC Q -2, 2024) (मध्यम)
33. वर्गसमीकरण $2x^2+x-6=0$ ची बीजे शोधा. (SLP-4,2024) (मध्यम)
34. वर्गसमीकरण $x^2+8x+12=0$ ची बीजे शोधा. (एप्रिल-2025) (मध्यम)
35. वर्गसमीकरण $2x^2-5x+3=0$ च्या विवेचकाची किंमत आणि बिजांचे स्वरूप शोधा. (सप्टेंबर-2020) (मध्यम)
36. वर्गसमीकरण $4x^2-4x+1=0$ च्या विवेचकाची किंमत आणि बिजांचे स्वरूप शोधा. (जून-2019) (मध्यम)
37. वर्गसमीकरण $2x^2-6x+3=0$ च्या विवेचकाची किंमत आणि बिजांचे स्वरूप शोधा. (MQP-1, -2021 : (मध्यम)
38. वर्गसमीकरण $x^2+4x+4=0$ च्या विवेचकाची किंमत आणि बिजांचे स्वरूप शोधा. (SLP-2024) (मध्यम)
39. वर्गसमीकरण $2x^2-5x-1=0$ च्या विवेचकाची किंमत आणि बिजांचे स्वरूप शोधा. (सप्टेंबर-2020,) (मध्यम)

40. सिद्ध करा की वर्गसमीकरण x^2+ax−4=0 ची बीजे वास्तव आणि भिन्न आहेत. (MC Q 1,2021) (मध्यम)
41. 'k' च्या कोणत्या किंमतीस वर्गसमीकरण kx^2+6x+1=0 ची बीजे समान असतील? (SLP-2022) (मध्यम)
42. जर वर्गसमीकरण x^2+bx +9=0 ला दोन समान वास्तव बीजे असतील तर 'b' ची किंमत शोधा. (M C Q 1,2024) (मध्यम)
43. 'k' च्या कोणत्या किंमतीस वर्गसमीकरण 2x^2+kx+3=0 ला समान वास्तव बीजे असतील? (MC Q -2, 2024) (मध्यम)
44. वर्गसमीकरण x^2+4x+5=0 च्या विवेचकाची किंमत आणि बिजांचे स्वरूप शोधा. (एप्रिल-2024) (मध्यम)
45. वर्गसमीकरण 3x^2−5x+2=0 ची बीजे अवयव पद्धतीने शोधा. (MQP-2,2021) (मध्यम)

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (3 गुण)

46. दोन चौरसांच्या क्षेत्रांची बेरीज 640m2 आहे. जर त्यांच्या परिमितींमधील फरक 64 मीटर असेल, तर त्या चौरसांच्या बाजू शोधा. (MC Q -1,2020) ((मध्यम)
47. दोन क्रमवार धन विषम पूर्णांकांच्या वर्गांची बेरीज 290 आहे. ते पूर्णांक शोधा. (MQP-2,2021) ((मध्यम)
48. आईचे वय तिच्या मुलीच्या वयाच्या वर्गाच्या दुप्पटी इतके आहे. 8 वर्षानंतर आईचे वय मुलीच्या वयाच्या तिप्पतीपेक्षा 4 वर्षे जादा असेल. तर त्यांचे सध्याची वये शोधा. (APRIL-2023) ((मध्यम)
49. त्रिकोणाच्या उंची आणि पायातील फरक 5 सेमी आहे आणि काटकोन त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ 150cm2 आहे, तर त्रिकोणाचा पाया आणि उंची शोधा. (APRIL-2025) (कठीण)
50. दोन क्रमवार धन सम पूर्णांकांच्या वर्गांची बेरीज 164 आहे. पूर्णांक शोधा. (APRIL-2024) ((मध्यम)
51. दोन संख्या शोधा ज्यांची बेरीज 27 आहे आणि गुणाकार 182 आहे (MQP-1,2024: (मध्यम)
52. काटकोन त्रिकोणाची उंची त्याच्या पायाच्या बाजू पेक्षा 7 सेमी कमी आहे. जर कर्ण 13 सेमी असेल, तर इतर दोन बाजू शोधा. (MQP-1,2024: (मध्यम)
53. एका विद्यार्थ्याने रु 60 ला काही पुस्तके विकत घेतली. जर तितक्याच रक्कमेत त्याला 5 पुस्तके अधिक मिळाली असती, तर प्रत्येक पुस्तकाची किंमत 1 रुपया कमी झाली असती. त्याने किती पुस्तके विकत घेतली हे शोधा. (MQP-2,2024: कठीण)

54. वडिलांचे वय त्यांच्या मुलाच्या वयापेक्षा 30 वर्षांनी जास्त आहे. 5 वर्षानंतर, त्यांच्या वयांचा गुणाकार 400 होत असेल तर . वडील आणि मुलाचे सध्याचे वय शोधा. (MQP-3,2024: (मध्यम)

55. एक संख्या दुसऱ्या संख्येपेक्षा 3 ने जास्त आहे. जर त्यांच्या वर्गांची बेरीज 29 असेल, तर त्या संख्या शोधा. (MQP-2, 2024: (मध्यम)

56. एका त्रिकोणाचा पाया त्याच्या उंचीच्या दुप्पटीपेक्षा 4 सेमी जास्त आहे. जर त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ 48cm2 असेल, तर त्रिकोणाचा पाया आणि उंची शोधा. (MQP-4,2024: (मध्यम)

57. काही विद्यार्थ्यांनी सहलीची योजना केली. सहलीत जेवणासाठी रु 900 खर्च होता.ऐनवेळी 10 विद्यार्थी आले नाहीत, ज्यामुळे प्रत्येकासाठी अन्नाचा खर्च रु 15 ने वाढला. किती विद्यार्थ्यांनी सहलीमध्ये भाग घेतला हे शोधा. (SLP-2024: कठीण)

58. एका आयताचे क्षेत्रफळ आणि परिमिती अनुक्रमे 60m2 आणि 32 मीटर आहे.तर आयताची लांबी आणि रुंदी शोधा. (MQP-3,2023: (मध्यम)

59. एक ट्रेन 480 किमी अंतर एका विशिष्ट वेगाने पार करते. जर वेग 10 किमी/तास कमी असता, तर तेच अंतर कापायला 4 तास जास्त लागले असते.तर ट्रेनचा वेग शोधा. (MQP-2, 2021: कठीण)

60. एका आयताचे क्षेत्रफळ आणि परिमिती अनुक्रमे 400m2 आणि 80 मीटर आहे. आयताची लांबी आणि रुंदी शोधा. (मध्यम)

61. इंधनाची बचत करण्यासाठी, वायू प्रदूषण टाळण्यासाठी आणि चांगल्या आरोग्यासाठी दोन व्यक्ती " A आणि 'B ' त्यांच्या ऑफिसला जाण्यासाठी 12 किमी सायकल चालवतात.B चा सायकल चालवण्याचा वेग 'A ' पेक्षा 2 किमी/तास जास्त आहे आणि 'B ' ला 'A ' पेक्षा 30 मिनिटे कमी लागतात. तर ऑफिसला पोहोचण्यासाठी प्रत्येक व्यक्तीला लागणारा वेळ शोधा. (April 2020 – कठीण)

62. एक विक्रेता रु. 24 ला वस्तू विकतो आणि खरेदी किमती एवढा शेकडा नफा मिळवतो. वस्तूची खरेदी किंमत शोधा. (मध्यम)

63. एक विक्रेता रु. 24 ला वस्तू विकतो आणि त्याला खरेदी किमती एवढा शेकडा तोटा होतो. तर खरेदी किंमत शोधा. (मध्यम)

64. जर (1+m^2) x^2+2mcx+c^2-a^2=0 या समीकरणाची बीजे समान असतील तर सिद्ध करा की c^2=a^2 (1+m^2) (कठीण)

65. जर (b−c) x^2+(c−a)x+(a−b)=0 या समीकरणाची बीजे समान असतील तर सिद्ध करा की

2b = a + c (जून 2019) (कठीण)

V. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (4 गुण)

66. एका मोटार बोटीचा स्थिर पाण्यातील वेग 11 किमी/तास आहे. ती प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने 12 किमी जाते आणि परत त्याच ठिकाणी येते. या प्रवासाला 2 तास 45 मिनिटे लागतात. प्रवाहाचा वेग शोधा. (SLP-2024: कठीण)

67. A आणि B या दोन विद्यार्थ्यांचे वय अनुक्रमे 19 वर्षे आणि 15 वर्षे आहेत. किती वर्षांनी त्यांच्या वयांचे गुणाकार 480 होईल हे शोधा. (जून - 2019: (मध्यम)

68. एक मोटार बोट प्रवाहाच्या दिशेने 30 किमी जाते आणि 4 तास 30 मिनिटांत सुरुवातीच्या ठिकाणी परत येते. जर प्रवाहाचा वेग 5 किमी/तास असेल, तर स्थिर पाण्यातील बोटीचा वेग शोधा.

(SLP-2020: कठीण)

69. एक एक्सप्रेस ट्रेन पॅसेंजर ट्रेनपेक्षा 1 तास कमी वेळात 132 किमीचा प्रवास करते. जर एक्सप्रेस ट्रेनचा सरासरी वेग पॅसेंजर ट्रेनपेक्षा 11 किमी/तास जास्त असेल, तर दोन्ही गाड्यांचा सरासरी वेग शोधा. (SLP-2022: कठीण)

70. 'A ' चे वय हे B च्या वयापेक्षा 26 वर्षे जास्त आहे आणि 3 वर्षांनंतर त्यांच्या वयांचा गुणाकार 360 होईल. 'A ' आणि 'B ' चे सध्याचे वय शोधा. (SLP-2023: कठीण)

71. एक शेतकरी 100 चौरस मीटरची आयताकृती बाग तयार करू इच्छितो. बागेला फक्त 30 मीटर तारेचे कुंपण आहे. कंपाऊंड वॉल बागेच्या चौथ्या बाजूचे कुंपण म्हणून कार्य करते. बागेची लांबी आणि रुंदी शोधा. (कठीण)

72. एका अपूर्णांकाचा छेद त्याच्या अंशाच्या दुप्पटी पेक्षा एकने जास्त आहे.तो अपूर्णांक आणि त्याचा गुणाकार व्यस्त यांची बेरीज $\frac{29}{10}$ येत असेल तर तो अपूर्णांक शोधा. (मे 2025 - (मध्यम)

73. एका शाळेत, 10 वीच्या परीक्षेत A^+ ग्रेड मिळविणाऱ्या विद्यार्थ्यांना 1500 रुपये समान वाटायचे ठरले जेणेकरू दहावीच्या वार्षिक परीक्षेतील A^+ ग्रेड मिळवणाऱ्या विद्यार्थ्यांना बक्षीस मिळेल.

परंतु 5 विद्यार्थ्यांनी अधिक A+ ग्रेड मिळवल्यामुळे प्रत्येक विद्यार्थ्याला रक्कम रु 25 ने कमी मिळाली. A + ग्रेड मिळालेल्या विद्यार्थ्यांची संख्या शोधा. (SLP- 2025:कठीण)

युनिट - 04 वर्ग समीकरणे

I. बहुपर्यायी प्रश्न :

1. B) $ax^2 + bx + c = 0$
2. D) $x^2 + 3x + 4 = 0$
3. C) $x^2 - 5x + 6 = 0$
4. D) -6
5. B) वर्ग समीकरण
6. D) $2x^2 – 3x + 5 = 0$
7. D) $x (x+1) = 30$
8. A) $b^2 – 4ac$
9. A) 0
10. B) वास्तव आणि समान
11. A) त्याला दोन समान वास्तव बीजे आहेत
12. . A) 9
13. D) $b^2 – 4ac > 0$
14. B) 3, -2
15. C) 3/2
16. C) -7

II. एक गुणांचे प्रश्न

17 $x(2+x) = 3$

$2x+x^2=3$

$2x+x^2-3=0$

18 $(x+1)/2 = 1/x$

$X(x+1) = 2$

$x^2 + x = 2$

$x^2 + x - 2 = 0$

19. $px^2 + qx + r = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = q^2 + 4pr$

20. $2x^2 - 4x + 3 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 2 \times 3$

$\Delta = 16 - 24 \quad \Delta = -8$

21. $(x+4)(x+3) = 0$

$(x+3) = 0$

$x = -3$

22. $x = 1, x = -3$

23. $x^2 - 5x + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 1$

$\Delta = 25 - 4$

$\Delta = 21$

24. $x^2 - 9 = 0$

$x^2 = 9$

$x = 3$ बीजे वास्तव आणि भिन्न आहेत

25. $2m^2 = 2 - m$

$2m^2 + m - 2 = 0$

26. $x^2 - x = 0$

$x (x - 1) = 0$

$x = 0, \quad x = 1$

27. $x (x + 2) = 0$

$x = 0, \quad x + 2 = 0$

$x = 0, \quad x = -2$

28. $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

29. $x (x + 1) = 306$

III. दोन गुणांचे प्रश्न

30 $x^2 + 7x + 12 = 0$

$x^2 + 4x + 3x + 12 = 0$

$x (x + 4) + 3 (x + 4) = 0$

$(x + 4)(x + 3) = 0$

$(x + 4) = 0, \quad (x + 3) = 0$

$x = -4, \quad x = -3$

31 $x^2 + 4x - 60 = 0$

$x^2 + 10x - 6x - 60 = 0$

$x(x + 10) - 6(x + 10) = 0$

$(x + 10)(x - 6) = 0$

$(x + 10) = 0, \quad (x - 6) = 0$

$x = -10, \quad x = 6$

32 $x^2 + 3x + 2 = 0$

$x^2 + 1x + 2x + 2 = 0$

$x(x+1)+2(x+1)=0$

$(x+1)(x+2)=0$

$(x+1)=0, \quad (x+2)=0$

$x=-1, \quad x=-2$

33 $2x^2 + x - 6 = 0$

$2x^2 + 4x - 3x - 6 = 0$

$2x(x+2) - 3(x+2) = 0$

$(x+2)(2x-3)=0$

$(x+2)=0, \quad (2x-3)=0$

$x=-2, \quad x=3/2$

34 $x^2+8x+12=0$

$x^2+6x+2x+12=0$

$x(x+6)+2(x+6)=0$

$(x+6)(x+2)=0$

$(x+6)=0, \quad (x+2)=0$

$x=-6, \quad x=-2$

35 $2x^2-5x+3=0$

$a=2, b=-5, c=3$

$\Delta=b^2-4ac$

$\Delta=(-5)^2-4\times2\times3$

$\Delta=25-24=1>0$

बीजे वास्तव आणि भिन्न आहेत.

36 $4x^2-4x+1=0$

$a=4, b=-4, c=1$

$\Delta=b^2-4ac$

$\Delta=(-4)^2-4\times4\times1$

$\Delta=16-16=0$

बीजे वास्तव आणि समान आहेत.

37 $2x^2-6x+3=0$

$a=2, b=-6, c=3$

$\Delta=b^2-4ac$

$\Delta=(-6)^2-4\times2\times3$

$\Delta=36-24=12>0$

बीजे वास्तव आणि भिन्न आहेत.

38 $x^2+4x+4=0$

$a=1$, $b=4, c=4$

$\Delta=b2-4ac$

$\Delta=(4)^2-4\times1\times4$

$\Delta=16-16=0$

बीजे वास्तव आणि समान आहेत.

39. $2x^2-5x-1=0$

$a=2, b=-5, c=-1$

$\Delta=b^2-4ac$

$\Delta=(-5)^2-4\times2\times-1$

$\Delta=25+8=33>0$

बीजे वास्तव आणि भिन्न आहेत.

40. $x^2+ax-4=0$

$a=1, b=a, c=-4$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (a)^2 - 4 \times 1 \times -4$

$\Delta = a^2 + 16 > 0$

बीजे वास्तव आणि भिन्न आहेत.

41. $k x^2 + 6x + 1 = 0$

$a = k,\ b = 6,\ c = 1$

$\Delta = b^2 - 4ac = 0$

$\Delta = (6)^2 - 4 \times k \times 1 = 0$

$36 - 4k = 0$

$4k = 36$

$k = 9$

42. $x^2 + bx + 9 = 0$

$a = 1, b = b,\ c = 9$

$b^2 - 4ac = 0$

$(b)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$

$b^2 - 36 = 0$

$b^2 = \sqrt{36}$

$b = \pm 6$

$b = 6$

वर्गसमीकरण $x^2 - 6x + 9 = 0$

43. $2x^2+kx+3=0$

$a=2, b=k, c=3$

$b^2-4ac=0$

$(k)^2-4\times2\times3=0$

$k^2-24=0$

$k^2=\sqrt{24}$

$k=\sqrt{24}$

$k=\sqrt{4\times6}$

$k=\pm2\sqrt{6}$

44. $x^2+4x+5=0$

$a=1, b=4, c=5$

$\Delta=b2-4ac$

$\Delta=(4)2-4\times1\times5$

$\Delta=16-20=-4<0$

वास्तव बीजे नाहीत

45. $3x^2-5x+2=0$

$3x^2-3x-2x+2=0$

$3x(x-1)-2(x-1)=0$

$(x-1)(3x-2)=0$

$(x-1)=0, (3x-2)=0$

$x=1, \quad x=\frac{2}{3}$

IV. तीन गुणाचे प्रश्न

46. पहिल्या चौरसाची बाजू x मीटर मानू.

दुसऱ्या चौरसाची बाजू y मीटर आहे. पहिल्या चौरसाचे क्षेत्रफळ x^2 आणि दुसऱ्या चौरसाचे क्षेत्रफळ y^2 आहे.

पहिल्या चौरसाची परिमिती 4x आणि दुसऱ्या चौरसाची परिमिती 4y आहे.

$4x + 4y = 64$

$x-y=16$

$x=y+16$ ....(1)

$x^2+y^2=640$

$(y+16)^2+y^2=640$

$y^2+32y+256+y2=640$

$2y^2+32y-384=0$

$y^2+16y-192=0$

$y^2+24y-8y-192=0$

$y(y+24)-8(y+24)=0$

$(y+24)(y-8)=0$

$(y+24)=0,(y-8)=0$

$y=-24, \quad y=8$

दुसऱ्या चौरसाची बाजू = 8 मीटर आहे. पहिल्या चौरसाची बाजू $x=8+16=24$ मीटर आहे.

47. दोन क्रमागत विषम पूर्णांक x आणि x+2 मानू.

$x^2+(x+2)^2=290$

$x^2+x^2+4x+4=290$

$2x^2+4x-286=0$

$x^2+2x-143=0$

$x^2+13x-11x-143=0$

$x(x+13)-11(x+13)=0$

$(x+13)(x-11)=0$

$x+13=0, x-11=0$

$x=-13,\ x=11$

दोन क्रमागत विषम पूर्णांक 11 आणि 13 आहेत.

48. आईचे सध्याचे वय x वर्षे आणि मुलाचे वय y वर्षे मानू.

$x=2y^2$

8 वर्षांनंतर आईचे वय (x+8) वर्षे आणि मुलाचे वय (y+8) वर्षे.

$x+8=3(y+8)+4$

$2y^2+8=3y+24+4$

$2y^2+8=3y+28$

$2y^2-3y+8-28=0$

$2y^2-3y-20=0$

$2y^2-8y+5y-20=0$

$2y(y-4)+5(y-4)=0$

$(y-4)(2y+5)=0$

$y-4=0, \; 2y+5=0$

$y=4, \quad 2y=-5$

$y=4, \quad y=-\frac{5}{2}$

मुलाचे वय y =4 वर्षे

आईचे वय $x = 2y^2$

$x = 2(4)^2$

$x = 2(16)$

x =32 वर्षे

49. पाया x सेमी मानू, उंची = (x-5) सेमी

$\frac{1}{2} \times x \times (x-5) = 150$

$x^2 - 5x = 300$

$x^2 - 5x - 300 = 0$

$x^2 - 20x + 15x - 300 = 0$

$x(x-20) + 15(x-20) = 0$

$(x-20)(x+15) = 0$

$x-20=0, x+15=0$

$x=20, \quad x=-15$

पाया = 20 सेमी

उंची = (20 - 5) = 15 सेमी

50. दोन क्रमागत सम धन पूर्णांक x आणि (x+2) मानू.

$x^2+(x+2)^2=164$

$x^2+x^2+4x+4=164$

$2x^2+4x+4-164=0$

$2x^2+4x-160=0$

$x^2+2x-80=0$

$x^2+10x-8x-80=0$

$x(x+10)-8(x+10)=0$

$(x+10)(x-8)=0$

$x+10=0, x-8=0$

$x=-10,\ x=8$

दोन क्रमागत सम धन पूर्णांक 8 आणि 10.

51. त्या संख्या x आणि y मानू.

$x+y=27$

$y=27-x$

पण $xy=182$

$x(27-x)=182$

$27x-x^2=182$

$x^2-27x+182=0$

$x^2-14x-13x+182=0$

$x(x-14)-13(x-14)=0$

$(x-14)(x-13)=0$

$x-14=0, x-13=0$

$x=14, \quad x=13$

संख्या 14 आणि 13 आहेत.

52. त्रिकोणाचा पाया = x सेमी, उंची = (x - 7) सेमी.

$x^2+(x-7)=132$

$x^2+x^2-14x+49=169$

$2x^2-14x+49-169=0$

$2x^2-14x-120=0$

$x^2-7x-60=0$

$x^2-12x+5x-60=0$

$x(x-12)+5(x-12)=0$

$(x-12)(x+5)=0$

$x-12=0, x+5=0$

$x=12, \quad x=-5$

पाया = 12 सेमी आणि उंची = (12 - 7) = 5 सेमी.

53

पुस्तकांची संख्या	प्रत्येक पुस्तकाची किंमत (रु.)
x	60
x + 5	x+560

$\frac{60}{x} + \frac{60}{x+5} = 1$

$\frac{60(x+5)-60}{x(x+5)} = 1$

60x+300−60x= x^2+5x

300= x^2+5x

x^2+5x−300=0

x^2+20x−15x−300=0

x(x+20)−15(x+20)=0

(x+20)(x−15)=0

x+20=0, x−15=0

x=−20, x=15

पुस्तकांची संख्या = 15

54. मुलाचे वय x वर्षे आणि वडिलांचे वय (x + 30) वर्षे मानू.

5 वर्षांनंतर, मुलाचे वय (x + 5) वर्षे आणि वडिलांचे वय (x + 35) वर्षे होईल.

(x + 5)(x + 35) = 400

x^2+40x+175=400

x^2+40x−225=0

x^2+45x−5x−225=0

x(x+45)−5(x+45)=0

(x+45)(x−5)=0

x+45=0,x−5=0

$x=-45, x=5$

मुलाचे वय 5 वर्षे आणि वडिलांचे वय 35 वर्षे आहे.

55. पहिली संख्या x मानू, तर दुसरी संख्या (x - 3) आहे.

$x^2+(x-3)^2=29$

$x^2+x^2-6x+9=29$

$2x^2-6x+9-29=0$

$2x^2-6x-20=0$

$x^2-3x-10=0$

$x^2-5x+2x-10=0$

$x(x-5)+2(x-5)=0$

$(x-5)(x+2)=0$

$x-5=0, \quad x+2=0$

$x=5, \qquad x=-2$

पहिली संख्या $x=5$ आणि दुसरी संख्या $x-3=5-3=2$

56. पाया 2x + 4 सेमी आणि उंची x सेमी मानू.

$\frac{1}{2}\times x\times(2x+4)=48$

$x(2x+4)=96$

$2x^2+4x-96=0$

$x^2+2x-48=0$

$x^2+8x-6x-48=0$

$x(x+8)-6(x+8)=0$

$(x+8)(x-6)=0$

$x+8=0, \quad x-6=0$

$x=-8, \quad x=6$

पाया $=2(6)+4=16$ सेमी आणि उंची $=6$ सेमी

57. सहलीला गेलेल्या विद्यार्थ्यांची संख्या x मानू.

$\frac{900}{x-10} - \frac{900}{x} = 15$

$900x - 900(x-10)=15x(x+10)$

$900x+9000-900x=15x^2+150x$

$9000=15x^2+150x$

$15x^2+150x-9000=0$

$x^2+10x-600=0$

$x^2+30x-20x-600=0$

$x(x+30)-20(x+30)=0$

$(x+30)(x-20)=0$

$x+30=0, x-20=0$

$x=-30, x=20$

$x=30, \quad x=-20$

पिकनिकला गेलेल्या विद्यार्थ्यांची संख्या = 30 - 10 = 20

58. आयताकृती शेताची लांबी = x, रुंदी = y मानू.

आयताकृती शेताची परिमिती $=2x+2y=32$

$x+y=16$

$y=16-x$

आयताकृती शेताचे क्षेत्रफळ $xy = 60$

$x(16-x)=60$

$16x-x^2=60$

$x^2-16x+60=0$

$x^2-10x-6x+60=0$

$x(x-10)-6(x-10)=0$

$(x-10)(x-6)=0$

$x-10=0, x-6=0$

$x=10, \quad x=6$

लांबी = 10 मी, रुंदी = 6 मी

59. ट्रेनचा वेग x किमी/तास मानू.

- $\frac{480}{x} - \frac{480}{x+10} = 4$
- $480(x+10) - 480x = 4x(x+10)$
- $480x + 4800 - 480x = 4x^2 + 40x$
- $4800 = 4x^2 + 40x$
- $4x^2 + 40x - 4800 = 0$
- $x^2 + 10x - 1200 = 0$
- $x^2 + 40x - 30x - 1200 = 0$
- $x(x+40) - 30(x+40) = 0$
- $(x+40)(x-30) = 0$
- $x + 40 = 0, x - 30 = 0$
- $x = -40, \ x = 30$

- ट्रेनचा वेग = 30 किमी/तास
-

60. आयताकृती शेताची लांबी = x, रुंदी = y मानू.

आयताकृती शेताची परिमिती $= 2x + 2y = 80\ x + y = 40$

$$y = 40 - x$$

आयताकृती शेताचे क्षेत्रफळ $= xy = 400$

$$x(40 - x) = 400$$

$$40x - x^2 = 400$$

$$x^2 - 40x + 400 = 0$$

$$x^2 - 20x - 20x + 400 = 0$$

$$x(x - 20) - 20(x - 20) = 0$$

$$(x - 20)(x - 20) = 0$$

$$x - 20 = 0, x - 20 = 0$$

$$x = 20, \quad x = 20$$

लांबी $x = 20$ मी, रुंदी $y = 40 - x = 40 - 20 = 20$ मी.

61. A चा सायकल चालवण्याचा वेग x किमी/तास मानू.

A ला ऑफिसला पोहोचायला लागणारा वेळ = $\frac{\text{अंतर}}{\text{वेग}} = \frac{12}{x}$ तास.

B चा सायकल चालवण्याचा वेग A पेक्षा 2 किमी/तास जास्त आहे म्हणजे

B चा सायकल चालवण्याचा वेग = (x + 2) किमी/तास.

B ला ऑफिसला पोहोचायला लागणारा वेळ = $\frac{12}{x+2}$ तास.

$\frac{12}{x}$- $\frac{12}{x+2}$=$\frac{1}{2}$ 30 मिनिट $=\frac{1}{2}$ तास

$\frac{12(x+2)-12x}{x(x+2)} = \frac{1}{2}$

$\frac{12x+24-12x}{x(x+2)} = \frac{1}{2}$

$\frac{24}{x(x+2)} = \frac{1}{2}$

$48=x^2+2x$

$x^2+2x=48$

$x^2+2x-48=0$

$x^2+8x-6x-48=0$

$x(x+8)-6(x+8)=0$

$(x+8)(x-6)=0$

$x+8=0, \ x-6=0$

$x=-8, \ x=6$

A चा वेग = 6 किमी/तास आणि B चा वेग = 6 + 2 = 8 किमी/तास.

A ला ऑफिसला पोहोचायला लागणारा वेळ = $\frac{\text{अंतर}}{\text{वेग}}$=$\frac{12}{x}$ तास = $\frac{12}{6}$ = 2 तास.

B ला ऑफिसला पोहोचायला लागणारा वेळ = $\frac{12}{8}$ = 1.5 तास.

62. वस्तूची खरेदी किंमत x रु. मानू.

विक्री किंमत = रु. 24

शेकडा नफा =x+ $\frac{x^2}{100}$ = 24

दिलेल्या सूत्रानुसार:

$x^2+100x-2400=0$

$x^2+120x-20x-2400=0$

$x(x+120)-20(x+120)=0$

$(x+120)\quad(x-20)=0$

$(x+120)=0,\ (x-20)=0$

$x=-120, \qquad x=20$

म्हणून वस्तूची खरेदी किंमत = रु. 20

63. वस्तूची खरेदी किंमत x रु. मानू.

विक्रीची किंमत = 24

तोटा = खरेदी किंमत - विक्री किंमत

शेकडा तोटा $= \frac{x}{100}$ x X = X−24

दिलेल्या सूत्रानुसार:

$x^2=100x-2400$

$x^2-100x+2400=0$

$x^2-120x+20x+2400=0$ (हे समीकरण चुकीचे आहे, येथे −120x आणि +20x

असेल तर −100x येईल पण गुणाकार +2400 साठी −20 आणि −120

असायला पाहिजे.

$x(x-120)-20(x-120)=0$ (हे समीकरण वरील ओळीशी सुसंगत नाही.)

$(x-120)(x-20)=0$

$x=120, x=20$

म्हणून वस्तूची खरेदी किंमत = रु. 120

64. $(1+m^2)x^2+2mcx+c^2-a^2=0$

$a=(1+m^2)$, $b=2mc$, $c=c^2-a^2$

जर बीजे समान असतील, तर $\Delta=b^2-4ac=0$ $(2mc)^2-4(1+m^2)(c^2-a^2)=0$

$4m^2c^2-4(c^2-a^2+m^2c^2-m^2a^2)=0$

$m^2c^2-c^2+a^2-m^2c^2+m^2a^2=0$

$-c^2+a^2+m^2a^2=0$

$c^2=a^2(1+m^2)$

$c^2=a^2(1+m^2)$

65. $(b-c)x^2+(c-a)x+(a-b)=0$

$ax^2+bx+c=0$

$a=(b-c)$, $b=(c-a)$, $c=(a-b)$

$b^2-4ac=0$

$(c-a)^2-4[(b-c)(a-b)]=0$

$c^2-2ac+a^2-4(ab-b^2-ac+bc)=0$

$c^2-2ac+-4ab+4b^2+4ac-4bc=0$

$a^2+4b^2+c^2+2ac-4ab-4bc=0$

$(a-2b+c)^2=0$

$a-2b+c=0$

a+c=2b

2b=a+c

V. चार गुणांचे प्रश्न (Four Marks Questions)

66. स्थिर पाण्यात मोटार बोटीचा वेग x किमी/तास मानू.

प्रवाहाचा वेग = 11 किमी/तास

प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने वेग = (11-x) किमी/तास

प्रवाहाच्या दिशेने वेग = (11+x) किमी/तास

बोटीला प्रवाहाच्या दिशेन प्रवास करण्यास लागणारा वेळ = $t_1=\frac{12}{11-}$ तास.

बोटीला प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने प्रवास करण्यास लागणारा

वेळ = $t_2=\frac{12}{11+x}$ तास

$t_1 - t_2 = 2\frac{3}{4}$

$\frac{12}{11-x}+\frac{12}{11+x} = 2\frac{3}{4}$

$\frac{12(11+x)+12(11-x)}{(11-x)\,(11+x)} = \frac{11}{4}$

$\frac{132+11x+132-}{(11-x)\,(11+x)} = \frac{11}{4})$

264 x 4= 11(11-x) (11+x)

$1056 = 11\ (121-x^2$

$1056 = 1331-11x^2$

$11x^2 = 1331-1056$

$11x^2=275$

$x^2=\frac{275}{11}$

$x^2=25$

$x=\pm5$

प्रवाहाचा वेग =5 कि.मी./तास

67. A व B च्या वयाचा गुणाकार 480 होण्यास x वर्षे लागतात असे मानू

$(x+19)(x+15)=480$

$x^2+34x+285=480$

$x^2+34x-195=0$

$x^2+39x-5x-195=0$

$(x+39)-5(x+39)=0$

$(x+39)(x-5)=0$

$x+39=0,\ x-5=0$

$x=-39,\quad x=5$

5 वर्षानंतर त्यांच्या वयांचा गुणाकार 480 होतो.

68. संथ पाण्यातील मोटार बोटीचा वेग x किमी/तास मानू.

प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने मोटार बोटीचा वेग = (x - 5) किमी/तास.

प्रवाहाच्या दिशेने मोटार बोटीचा वेग = (x + 5) किमी/तास.

बोटीला प्रवाहाच्या विरुद्ध दिशेने प्रवास करण्यास लागणारा

वेळ = $t_1=\frac{30}{x-5}$ तास.

बोटीला प्रवाहाच्या दिशेने प्रवास करण्यास लागणारा

वेळ = $t_2=\frac{30}{x+5}$ तास.

$t_1+t_2=\frac{9}{2}$

$\frac{30}{x-5}+\frac{30}{x+5}=\frac{9}{2}$

$30(x+5)+30(x-5)=\frac{9}{2}(x-5)(x+5)$

$30x+150+30x-150=\frac{9}{2}(x2-25)$

$60x=\frac{9}{2}(x^2-25)$

$120x=9x^2-225$

$9x^2-120x-225=0$

$3x^2-40x-75=0$

$3x^2-45x+5x-75=0$

$3x(x-15)+5(x-15)=0$

$(x-15)(3x+5)=0$

$x-15=0$,$3x+5=0$

$x=15$, $x=-\frac{5}{3}$

संथ पाण्यातील मोटार बोटीचा वेग $x=15$ किमी/तास

69. पॅसेंजर ट्रेनचा वेग x किमी/तास मानू.

एक्सप्रेस ट्रेनचा वेग = (x + 11) किमी/तास

वेळ = $\frac{\text{अंतर}}{\text{वेग}}$

पॅसेंजर ट्रेनला 132 किमी प्रवास करण्यास लागणारा वेळ = $t_1=\frac{132}{x}$ तास.   एक्सप्रेस ट्रेनला 132 किमी प्रवास करण्यास लागणारा वेळ = $t_2=\frac{132}{x+11}$ तास.

$\frac{132}{x} - \frac{132}{x+11} = 1$

$\frac{132(x+11)-132x}{x(x+11)} = 1$

$132x+1452-132x= x^2+11x$

$x^2+11x-1452=0$

$x^2+44x-33x-1452=0$

$x(x+44)-33(x+44)=0$

$(x+44)(x-33)=0$

$x+44=0,\quad x-33=0$

$x=-44,\quad x=33$

पॅसेंजर ट्रेनचा वेग = 33 किमी/तास.

एक्सप्रेस ट्रेनचा वेग = (x + 11) = 33 + 11 = 44 किमी/तास.

सरासरी वेग = $\frac{33+44}{2} = \frac{77}{2}$ = 38.5 किमी/तास.

70. B चे सध्याचे वय x वर्षे मानू.

A चे सध्याचे वय = (x + 26) वर्षे.

3 वर्षांनंतर A चे वय (x + 29) होईल, B चे वय (x + 3) वर्षे होईल.

$(x+29)(x+3)=360$

$x^2+3x+29x+87=360$

$x^2+32x+87-360=0$

$x^2+32x-273=0$

$x^2+39x-7x-273=0$

$x(x+39)-7(x+39)=0$

$(x+39)(x-7)=0$

$x+39=0, \quad x-7=0$

$x=-39, \quad x=7$

B चे सध्याचे वय = 7 वर्षे.

A चे सध्याचे वय = x+26=7+26=33 वर्षे.

71. आयताकृती भिंतीची लांबी आणि रुंदी अनुक्रमे AB = x मीटर आणि BC = y मीटर मानू, CD =x ही भिंतीची लांबी असेल.

कुंपणाची लांबी = 30 मीटर

$x+y+x=30$

$2x+y=30$

$x = \frac{30-y}{2}$ ......(1)

आयताकृती शेताचे क्षेत्रफळ = 100 मी

$x\,y=100$

$\left(\frac{30-y}{2}\right) y=100$

$y(30-y)=200$

$30y - y^2 = 200$

$y^2 - 30y + 200 = 0$

$y^2 - 10y - 20y + 200 = 0$

$y(y-10) - 20(y-10) = 0$

$(y-10)(y-20) = 0$

$y-10=0, y-20=0$

$y=10, \quad y=20$

y=10 ही किंमत समीकरण (1) मध्ये घातल्यास $x = (\frac{30-10}{2}) = 10$

आयताकृती शेताची लांबी आणि रुंदी अनुक्रमे AB = 10 मी, BC = 10 मी

72. अपूर्णांकाचा अंश x मानू.

छेद = 2x+1

अपूर्णांक $= \frac{\text{अंश}}{\text{छेद}} = \frac{x}{2x+1}$

अपूर्णांकाचा व्यस्त $= \frac{2x+1}{x}$

$\frac{x}{2x+1} + \frac{2x+1}{x} = \frac{29}{10}$

$\frac{x^2 + (2x+1)^2}{x(2x+1)} = \frac{29}{10}$

$10(x^2 + 4x^2 + 4x + 1) = 29(2x^2 + x)$

$50x^2 + 40x + 10 = 58x^2 + 29x$

$58x^2 - 50x^2 + 29x - 40x - 10 = 0$

$8x^2 - 11x - 10 = 0$

$8x^2 - 16x + 5x - 10 = 0$

$8x(x-2)+5(x-2)=0$

$(x-2)(8x+5)=0$

$x-2=0, 8x+5=0$

$x=2, \quad x=-5/8$

अंश = 2

छेद = 2(2)+1=4+1=5

अपूर्णांक $= \frac{2}{5}$

73.

	विद्यार्थ्यांची संख्या	प्रत्येकाला मिळणारी रक्कम
	x	$\frac{1500}{x}$
	x + 5	$\frac{1500}{x+5}$

$1500x$ - $1500x+5$ = 25 (ही पायरी गणिताच्या दृष्टीने चुकीची दिसते, 1500/x−1500/(x+5) असे असावे. मी त्याच गृहितकावर पुढे भाषांतर करत आहे.)

$1500/x-1500/(x+5)=25$

$1500(x+5)-1500x/(x(x+5))=25$

$7500/(x2+5x)=25$ (येथे $1500(x+5)-1500x=1500x+7500-1500x=7500$ असे येते.)

$25(x2+5x)=7500$

$x2+5x-300=0$

$x2+20x-15x-300=0$

$x(x+20)-15(x+20)=0$

$(x+20)(x-15)=0$

$x+20=0$ किंवा $x-15=0$

$x=-20$ किंवा $x=15$

परीक्षेनंतर A+ श्रेणी मिळवलेल्या विद्यार्थ्यांची संख्या = 15+5=20

(टीप: विद्यार्थ्यांची संख्या ऋण असू शकत नाही, म्हणून $x=15$ ही किंमत योग्य आहे.)

प्रकरण 5 अंकगणिती क्रम

लर्निंग पॉईंट्सः

- अंकगणितीय क्रम व्याख्या
- अंकगणितीय क्रमाचे सामान्य स्वरूप
- अंकगणितीय क्रमाचे n वे पद
- अंकगणितीय क्रमाच्या पदांची बेरीज
- उपयोजन समस्या

प्रकार (Type)	संख्या (Number)
प्रश्नांची एकूण संख्या (Total Number of Questions)	84
सोपे (Easy)	20
सरासरी (Medium)	56
कठीण (Difficult)	8

सूचना: खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी/अपूर्ण विधानासाठी चार पर्याय दिले आहेत. योग्य पर्याय निवडा आणि त्याच्या अक्षरासह संपूर्ण उत्तर लिहा. (1 गुण)

---

1. खालीलपैकी कोणती अंकगणितीय क्रम आहे?

A) 1,2,4,8....... B) 3,7,10,14....... C) 1,4,9,16....... D) 5,9,13,17.......

2. अंकगणितीय क्रम 7, -9, -11, -13....... चा सामान्य फरक काय आहे?

A) -7 B) -2 C) 2 D) 3

3. अंकगणितीय क्रम 100, 93, 86....... चा सामान्य फरक काय आहे?

A) -7 B) 7 C) 3 D) 5

4. अंकगणितीय क्रमाचे n वे पद शोधण्याचे सूत्र काय आहे?

A) $a_n = a+(n-1)d$ B) $a_n = a+(n+1)d$ C) $a_n = a-(n-1)d$ D) $a_n = n+1$

5. जर अंकगणितीय क्रमाचे 5 वे पद 15 असेल आणि 3 रे पद 7 असेल, तर सामान्य फरक काय आहे? A) 11 B) 18 C) 12 D) 13

6. जर अंकगणितीय क्रमाचे n वे पद $a_n = 3n-2$ असेल, तर 9 वे पद काय असेल?

A) -25 B) 5 C) -5 D) 25

7. जर अंकगणिती श्रेणीचे 'n' वे पद $24-3n$ असेल, तर दुसरे पद काय असेल? (एप्रिल 2019) (सोपे)

A) 18 B) 15 C) 0 D) 2

8. जर अंकगणिती श्रेणीचे 'n' वे पद $2n-1$ असेल तर चौथ्या पदाचा क्रमांक काय असेल?

A) -7 B) 7 C) 5 D) 6

9. एका अंकगणिती श्रेणीमध्ये, $a_n=3n+4$ हे 'n' वे पद आहे. (सरासरी)

A) 3 B) 3n+1 C) 3n+7 D) 3n+5

10. जर अंकगणिती श्रेणी $a_n = 2n+1$ असेल तर सामान्य फरक काय असेल? (जून 2020) (सोपे)

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

11. जर 6,x,14 हे अंकगणिती श्रेणीत असतील तर 'x' ची किंमत काय असेल? (एप्रिल 2024: सोपे)

A) 10 B) 20 C) 18 D) 12

12. एका अंकगणिती श्रेणीमध्ये, $l=12, d=4, a_n=76$ असेल तर 'n' ची किंमत काय असेल? (सरासरी)

A) 17 B) 18 C) 16 D) 19

13. एका अंकगणिती श्रेणीमध्ये, जर $a_n = -7, d=5$ असेल तर a_{12} काय असेल?

A) 48 B) 45 C) 46 D) 42

14. जर अंकगणिती श्रेणीचे पहिले पद 'm' आणि सामान्य फरक 'd' असेल तर 10 वे पद काय असेल? (सरासरी) A) m+25 B) m+12 C) m+30 D) m+27

15. जर $(2p+1), 13, (5p-3)$ हे अंकगणिती श्रेणीतील तीन सलग पदे असतील, तर 'p' ची किंमत काय असेल? (सरासरी) A) 4 B) -4 C) 2 D) 3

16. जर 4,x1,x2,22,28 हे अंकगणिती श्रेणीत असतील तर x1 आणि x2 ची किंमत अनुक्रमे काय असेल? (सरासरी) A) 10, 16 B) 16, 10 C) 16, 22 D) 22, 16

17. जर 20 वी टर्म 78 असेल आणि अंकगणिती प्रगती (arithmetic progression) असेल, तर त्या प्रगतीचा 2 रा, 27 वा आणि 12 वा पद काय असेल? (जून 2024 परीक्षा, सरासरी 2)

अ) 2,58....... ब) 2,7,12....... क) 2, 6, 10....... ड) 2,4,6.......

18. अंकगणिती क्रम (arithmetic progression) 3,7,11,15, ... चे n वे पद आहे. (सरासरी)

अ) $a_n = 4n-1$ ब) $a_n = 3n-4$ क) $a_n = 4n-7$ ड) $a_n = 4n+1$

19. अंकगणिती क्रमातील सर्व पदांची बेरीज शोधण्यासाठी योग्य सूत्र निवडा. (पहिला पद 'a' आणि शेवटची पद n (सोपे))

अ) $Sn=\frac{n}{2}(a+l)$ ब) $Sn=\frac{n}{2}((a-l)$ क) $Sn=\frac{n}{2}(a\times l)$ ड) $Sn=\frac{n}{2}(a\div l)$

20. जर Sn, Sn−1 आणि Sn−2 हे अनुक्रमे n वे पद, n पदांच्या पहिल्या n पदांची बेरीज आणि n−1 पदांची बेरीज दर्शवतात, तर खालील संबंधांपैकी कोणता योग्य आहे? (जून 2025-सोपे)

अ) $Sn-1=a_n+Sn$ ब) $a_n=Sn-Sn-1$ क) $Sn=Sn-1-a_n$ ड) $Sn=a_n-Sn-1$

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (1 गुण) n वे पद

21. जर अंकगणिती क्रमाचे पहिले पद 'a' आणि शेवटचे पद 'l' असेल, तर पहिल्या n पद च्या बेरजेसाठी सूत्र लिहा. (सोपे)

22. अंकगणिती क्रमा मध्ये जर पहिले पद आणि सामाईक फरक (common difference) दिला असेल, तर त्याची n वे पद लिहा. (सोपे)

23. जर a, a+d, a+2d, ... हे अंकगणिती क्रमाचे (arithmetic progression) पदे असतील, तर शेवटून n वे पद शोधा. (सोपे)

24. जर तीन सलग पदेअंकगणिती क्रमामध्ये असतील, तर ती पदे शोधा. (सरासरी)

25. जर एका अंकगणिती क्रमाचे n वे पद m आणि m वे पद n असेल, तर साधारण फ़रक शोधा. (कठीण)

26. अंकगणिती क्रमा मध्ये पहिल्या चार पदांची बेरीज 20 आहे आणि पहिल्या तीन पदांची बेरीज 12 आहे, तर चौथे पद शोधा. (सरासरी)

27. जर अंकगणिती क्रमामध्ये 11 वे आणि 3 रे पद अनुक्रमे 11 आणि 3 असेल, तर सामाईक फरक (common difference) काय आहे? (सोपे)

28. जर अंकगणिती क्रमामध्ये 3 रे आणि 2 रे पद अनुक्रमे 13 आणि 8 असेल, तर त्या क्रमाचे पहिले पद शोधा. (सरासरी)

29. सामान्य अंकगणिती क्रमाचे सामान्य पद लिहा. (सोपे)

30. जर 4, x, 28 अंकगणिती क्रमात असतील, तर x चे मूल्य शोधा. (सरासरी)

31. जर अंकगणिती क्रमाचे n वे पद $a_n=7-4n$ असेल, तर सामान्य फरक शोधा. (सरासरी)

32. जर अंकगणिती क्रमाचे n वे पद $a_n=4n+1$ असेल, तर पहिली तीन पदे शोधा. (सरासरी)

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (2 गुण)

33. अंकगणिती क्रम 2, 7, 12, ... चे 15 वे पद सूत्राचा वापर करून शोधा. (सरासरी)

34. अंकगणिती क्रम 100, 96, 92, ... 12 च्या पदांची संख्या शोधा. (सरासरी)

35. जर अंकगणिती क्रमात 10 पदे असतील आणि शेवटचे पद 34 आणि सामान्य फरक 3 असेल, तर क्रमाचे पहिले पद शोधा. (सरासरी)

36. अंकगणिती क्रमात 1, 3, 7, 11 .... चे कोणते पद 95 आहे, सूत्राचा वापर करून शोधा. (सरासरी)

37. अंकगणिती क्रमात 1, 5, 9, 13 .... चे 77 वे पद सूत्राचा वापर करून शोधा,. (सरासरी)

38. अंकगणिती क्रमात 5, 8, 11 .... चे 26 वे पद सूत्राचा वापर करून शोधा. (सरासरी)

39. अंकगणिती क्रम 2, 5, 8 .... चे 30 वे पद सूत्राचा वापर करून शोधा. (सरासरी) (ऑगस्ट 2024)(एप्रिल 2024)(जून 2024-परीक्षा-2) (सरासरी)

40. अंकगणिती क्रम 3 + 7 + 11 .... च्या पहिल्या 10 पदांची बेरीज सूत्राचा वापर करून शोधा. (एप्रिल 2018)(मार्च 2025)(जून 2025) (सरासरी)

41. पाणी 24°C तापमानापर्यंत गरम केले जाते. जेव्हा पाणी गरम केले जाते, तेव्हा पाण्याची वाढ दर मिनिटाला 4°C असते. 100°C तापमानापर्यंत पोहोचण्यासाठी किती मिनिटे लागतील हे सूत्राचा वापर करून शोधा. (एप्रिल 2018)(सरासरी)

42. पहिल्या 10 पदांची बेरीज 5+8+11+............या अंकगणिती श्रेणीमध्ये वापरून शोधा. (जून 2020) (सरासरी)

43. पहिल्या 20 धन पूर्णांकांची बेरीज सूत्र वापरून शोधा. (सरासरी)

44. 21, 42, 63, ...या अंकगणिती श्रेणीमध्ये 210 हे कितवे पद आहे, ते शोधा. (सरासरी)

45. 1, 3, 5, 7, ...या अंकगणिती श्रेणीमध्ये n पदांची बेरीज सूत्र वापरून शोधा. (सरासरी)

46. 2, 4, 6, 8, ...या अंकगणिती श्रेणीमध्ये पहिल्या n पदांची बेरीज सूत्र वापरून शोधा. (सरासरी)

47. तीनने भाग जाणारे दोन अंकी संख्या किती आहेत? (सरासरी)

48. 1 आणि 201 मधील नैसर्गिक संख्यांची बेरीज, ज्यांना तीनने भाग जातो, सूत्र वापरून शोधा. (सरासरी)

49. जर a,A,b हे अंकगणिती श्रेणीत असतील, तर सिद्ध करा की A = a+b/2 (सरासरी)

50. 25, 20, 15, ...या अंकगणिती श्रेणी मध्ये पहिले ऋण पद कोणते आहे, ते सूत्र वापरून शोधा. (सरासरी)

51. 2, 7, 12, ...या अंकगणिती श्रेणी मध्ये 47 हे कितवे पद आहे, ते शोधा. (सरासरी)

52. 3, 15, 27, 39, ...या अंकगणिती श्रेणी मध्ये 54 वे पद 312 पेक्षा किती जास्त आहे, ते शोधा. (सरासरी)

53. 3, 6, 9, ...या अंकगणिती श्रेणी मध्ये 165 मिळवण्यासाठी किती पदे एकत्र करावी लागतील, ते शोधा. (जुलै 2022) (सरासरी)

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (3 गुण)

54. अंकगणिती श्रेणी तील पहिल्या 6 पदांची बेरीज 114 आहे. जर पहिल्या 5 पदांची बेरीज 80 असेल, तर ती श्रेणी शोधा.

55. एका अंकगणिती श्रेणी चे 7 वे पद त्याच्या 2 र्या पदाच्या चार पट आहे आणि 12 वे पद त्याच्या 4 थ्या पदाच्या दुप्पटीपेक्षा 2 ने जास्त आहे, तर ती अंकगणिती श्रेणी शोधा. (एप्रिल 2019) (सरासरी)

56. एका अंकगणिती श्रेणी चे तिसरे पद 16 आहे आणि 7 वे पद 5 व्या पदापेक्षा 12 ने जास्त आहे, तर ती श्रेणी शोधा. (जुलै 2022: सरासरी)

57. एका अंकगणिती श्रेणीचे 5 वे पद 26 आहे आणि सामान्य फरक पहिल्या पदाच्या 3 पट आहे, तर पहिल्या 20 पदांची बेरीज शोधा. (सरासरी)

58. तीन अंकी संख्येतील अंकांचा गुणाकार, ज्यामधील एकक स्थानचा अंक आणि दशक स्थानचा अंक बदलल्यानंतर मूळ संख्या 594 ने कमी होते. मूळ संख्या शोधा. (सरासरी)

दिलेले प्रश्न (3 गुण)

59. संख्या 56 ला 4 भागांमध्ये अशा प्रकारे विभागले आहे की ते अंकगणिती श्रेणी मध्ये आहेत. जर त्या अंत्य व मध्य भागांच्या गुणाकाराचे प्रमाण 5:6 असेल, तर ते चार भाग शोधा. (मध्यम)

60.सरळ लाकडी दांड्याची लांबी 25 सेमी आहे, ज्याला 5 भागांमध्ये कापले आहे, जे अंकगणिती श्रेणी मध्ये आहेत. जर सर्वात मोठ्या भागाची लांबी सर्वात लहान भागाच्या लांबीच्या पाचपट असेल, तर प्रत्येक भागाची लांबी शोधा. (सोपी)

61.अंकगणिती श्रेणी तील 9 वे पद 15 पेक्षा एकने जास्त आहे आणि 2 रे पद 12 आहे. जर 7 वे पद 5 व्या पदाच्या दुप्पट असेल, तर अंकगणिती श्रेणी शोधा. (सरासरी)

62. 1 ते 100 मधील अशा सर्व पूर्णांकांची बेरीज शोधा, ज्यांना 5 ने भागल्यावर 1 बाकी उरते. (सरासरी)

63.अंकगणिती श्रेणी तील तीन संख्यांची बेरीज 216 आहे. सर्वात मोठी संख्या सर्वात लहान संख्येच्या 7 पट आहे. त्या संख्या शोधा. (सरासरी)

64.अंकगणिती श्रेणी तील 4 थे पद 8 वे पद आणि 24 वे पद यांचा गुणाकार आहे आणि 6 वे पद आणि 10 वे पद यांची बेरीज 44 आहे. श्रेणी तील पहिली तीन पदे शोधा. (जून 2019) (सरासरी)

65. तीन त्रिकोणीय कोन अंकगणिती श्रेणी मध्ये आहेत. जर सर्वात लहान कोन सर्वात मोठ्या कोनाच्या निम्म्यापेक्षा जास्त असेल, तर त्रिकोणाच्या सर्व कोनांचे माप शोधा.
(सरासरी)

66. जर अंकगणिती श्रेणी m वे पद 1/n असेल आणि n वे पद 1/m असेल, तर सिद्ध करा की mn वे पद 1 आहे. (मध्यम)

67. जर अंकगणिती श्रेणी तील a, q, b या पदांमध्ये c, p, r पदांचा गुणाकार q(a-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0 असेल, तर ते सिद्ध करा. (मध्यम)

68. अंकगणिती श्रेणी तील पहिल्या 9 पदांची बेरीज 144 आहे आणि त्याचे 9 वे पद 28 आहे. तर पहिले पद आणि सामान्य फरक शोधा. (एप्रिल 2022: सरासरी)

खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (4 गुण) 69.
अंकगणिती श्रेणी मध्ये पहिले पद 22, n वे पद 11 आहे आणि पहिल्या n पदांची बेरीज 32 आहे. "पदे ६६ आहेत. श्रेणीतील पदांची संख्या आणि सामान्य फरक शोधा. (सरासरी)"

70. पाच पूर्णांक अंकगणितीय क्रमात आहेत. पहिल्या पदामधून पाचव्या पदाची वजाबाकी आणि दुसऱ्या व चौथ्या पदांच्या वर्गांची बेरीज 16 आहे. पाचही पदे शोधा. (सोपे)

71. एका अंकगणितीय क्रमात ‘n’ व्या पदाची बेरीज 210 आहे आणि पहिल्या (n-1) पदांची बेरीज 171 आहे, तर क्रमाचे पहिले पद शोधा आणि 20 वे पद देखील शोधा. (एप्रिल 2024)(सरासरी)

72. ‘n’ बाजूंच्या बहुभुजाकृतीच्या अंतर्गत कोनांची बेरीज (n - 2) 180° असते. बहुभुजाकृतीच्या अंतर्गत कोन अंकगणितीय क्रमात आहेत. सर्वात लहान कोन 72° आहे, तर पंचकोन शोधा. (एप्रिल 2024)(सरासरी)

73. एक व्यक्ती सोमवार ते शनिवारपर्यंत दुकानात काम करते. तिची दररोजची कमाई अंकगणितीय क्रमात आहे. सोमवार ते बुधवारपर्यंतची एकूण कमाई ₹525 आहे आणि शुक्रवार ते रविवारपर्यंतची तिची कमाई ₹100 अधिक आहे. तिची दररोजची कमाई शोधा. (ऑगस्ट 2024)(सरासरी)

74. चतुर्भुजाचे कोन अंकगणितीय क्रमात आहेत. जर विरुद्ध कोनांची बेरीज 130० असेल, तर इतर कोन शोधा. (सरासरी)

75. एका अंकगणितीय क्रमात 16 पदे आहेत. त्यांच्या सर्व पदांची बेरीज 768 आहे. जर प्र क्रमाचे शेवटचे पद 93 असेल, तर अंकगणितीय प्रगती शोधा. तसेच, प्रगतीच्या पहिल्या तीन पदांची बेरीज तिच्या सर्वात लहान 16 नैसर्गिक संख्यांच्या बेरजेच्या समान असल्याचे दाखवा. (मार्च 2025 - सरासरी)

76. एका अंकगणितीय क्रमात 7 वे पद त्याच्या दुस-या आणि 5व्या पदांच्या बेरजेपेक्षा 1 ने कमी आहे. तर 3 रे पद लिहा. अंकगणितीय क्रम लिहा. 15 वे पद शोधा. (मे 2025)(सरासरी)

77. 11वे आणि 8वे पदांचे गुणोत्तर 3:2 आहे. क्रमातील पहिल्या 21 पदांची बेरीज शोधा. (कठीण)

78. एका अंकगणितीय क्रमाचे 7 वे पद हे 2 –या आणि 12व्या पदांच्या बेरजेपेक्षा 4 ने जास्त आहे. क्रम शोधा. (कठीण)

79. एका अंकगणितीय क्रमाचे ‘p’ वे पद ‘q’ आहे आणि ‘q’ वे पद ‘p’ आहे. सिद्ध करा की. r वे पद p+q–r आहे. (सरासरी)

80. अंकगणितीय श्रेणीमध्ये पाच पदे आहेत. या पदांची बेरीज 55 आहे आणि चौथे पद पहिल्या दोन पदांच्या बेरजेपेक्षा पाचने जास्त आहे. अंकगणितीय श्रेणीतील पदे शोधा. (एप्रिल 2020: सरासरी)

81. एका अंकगणितीय श्रेणीमध्ये सहावे पद तिसऱ्या पदाच्या दुप्पटपेक्षा एकने जास्त आहे. चौथ्या, पाचव्या आणि सहाव्या पदांची बेरीज दुसऱ्या पदाच्या पाच पट आहे. अंकगणितीय श्रेणीतील दहावे पद शोधा. (एप्रिल 2020: सरासरी)

V. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (5 गुण)

82. एका अंकगणितीय श्रेणीच्या 'n' पदांची बेरीज $5n-n^2$ आहे. ती श्रेणी लिहा. 21 वे पद शोधा आणि त्या श्रेणीच्या पहिल्या 21 पदांची बेरीज देखील शोधा. (सरासरी)

83. दोन वेगवेगळया अंकगणितीय श्रेणींमधील सामान्य फरक समान आहे. पहिल्या श्रेणीचे पहिले पद दुसऱ्या श्रेणीच्या पहिल्या पदापेक्षा 3 ने जास्त आहे. जर पहिल्या श्रेणीचे 7 वे पद 28 आणि दुसऱ्या श्रेणीचे 8 वे पद 29 असेल, तर त्या श्रेणी शोधा. (कठीण)

84. एका अंकगणितीय श्रेणीमध्ये 30 पदे आहेत. 17 वे पद क्रमाच्या 5 व्या पदाच्या ३पटीपेक्षा ४ ने जास्त आहे. क्रमाचे 10 वे पद 31 आहे. क्रमाचे शेवटचे तीन पदे शोधा आणि क्रम देखील शोधा. (जून-2024: सरासरी)

युनिट: 05 अंकगणिती क्रम

I. बहुपर्यायी प्रश्न:

1. D) 5, 9, 13, 17
2. B) -2
3. A) -7
4. B) $a_n=a+(n-1)d$
5. B) 18
6. D) 25
7. A) 18
8. B) 7
9. C) 3n + 7
10. C) 2
11. A) 10
12. A) 17
13. A) 48
14. D) m + 27
15. A) 4
16. A) 10, 16
17. C) 2, 6, 10
18. A) $a_{k=}4n-1$
19. A) $S_n=2n(a+1)$

20. B) $a_n=S_n-S_{n-1}$

II. एक गुणांचे प्रश्न:

21. $Sn=\frac{n}{2}[a+a_n]$
22. $b_n=b+(n-1)d$
23. $a_n=l-(n-1)d$
24. अंकगणिती क्रमाची पहिली तीन पदे लिहा: $a-d,a,a+d$ अंकगणिती श्रेणीचे (A.P.) पहिले पद 'a' आणि सामान्य फरक 'd' आहे हे गृहीत धरा.

$a-d+a+a+d=21$

$3a=21$

$a=\frac{21}{3}$

$a=7$

25. $a_m=a+(m-1)d=n$ --------- (i) $a_n=a+(n-1)d=m$ --------- (ii) (i) - (ii)

$a+(m-1)d-[a+(n-1)d]=n-m$

$=(m-1)d-(n-1)d \quad =n-m$

$=(m-n)d=-(m-n)$

$d=-1$

26. $.a_n= Sn-5n-1$ $a_4=S_4-S_{4-1}$

$a_4=S_4-S_3$

$=12-8$

$a_4=4$

27. . $d=a_n-a_{n-1}$ $a_4-a_3=11-7$

$=4$

28. $a+2d=13$ .... (1) $a+d=8$ .... (2) समीकरण (1) - (2)

$d=13-8$

$d=5$

समीकरण (2) मध्ये 'd' ची किंमत घाला:

$a+d=8$

$a+5=8$

$a=8-5$

$a=3$

29. $a_n=a+(n-1)d$

30. $x=\frac{28+4}{2}$

$x = \frac{32}{2}$

$x=16$

31. $a_1=[7-4(1)]$

$a_1=3$

$a_2=[7-4(2)]$

$a_2=-1$

$d=a_2-a_1$

$d=-1-3$

$d=-4$

32. $an=4n+1$ $a_2=4(2)+1$ $a_3=4(3)+1$

$a_1=4(1)+1$ $a_2=8+1$ $a_3=12+1$

$a_1=4+1$ $a_1=5$ $a_2=9$ $a_3=13$

$a_1=5$

दोन गुणांचे प्रश्नः

33. $a=2$, $d=7-2=5$, $n=15$, $an=?$

$a_{n=}a+(n-1)d$

$a_{15}=2+(15-1)5$

$a_{15}=2+(14)5$

$a_{15}=2+70$

$a_{15}=72$

34. $a=100$, $d=96-100=-4$, $an=12$, $n=?$

$a_n=a+(n-1)d$

$12=100+(n-1)(-4)$

$12 = 100 - 4n + 4$

$4n = 92$

$n = \frac{92}{4}$

$n = 23$

35. $a_{10} = a + 9d$

$34 = a + 9(3)$

$34 = a + 27$

$a = 34 - 27$

$a = 7$

36. $a = -1$, $d = 3 - (-1) = 4$, $a_n = 95$, $n = ?$

$an = a + (n - 1)d$

$95 = -1 + (n - 1)4$

$95 = -1 + 4n - 4$

$4n = 100$

$n = \frac{100}{4}$

$n = 25$

∴ अंकगणिती श्रेणीचे 25 वे पद 95

37: $a = 1$, $d = 5 - 1 = 4$, $a_n = 77$, $n = ?$

$an = a + (n - 1)d$ $77 = 1 + (n - 1)4$

$77 = 1 + (4n - 4)$

$77 = 1 + 4n - 4$

$4n = 80$

$n = \frac{80}{4}$

$n = 20$

∴ A.P. चे 77 हे 20 वे पद होईल

∴ 77 हे अंकगणिती क्रमातील पद आहे.

38 . 5,8,11, ……

येथे $a = 5$, $d = 8-5 = 3$ आणि $n=26$

$a_n = a+(n-1)d$

$a_{26} = 5 + (26 - 1)3$

$a_{26} = 5 + 25 \times 3$

$= 5 + 75$

$a_{26} = 80$

. 39. 2, 5,8,……

येथे $a = 2$, $d = 5 - 2 = 3$ and $n = 30$

$a_n = a + (n-1)d$

$a_{30} = 2 + (30 - 1)3$

$a_{30} = 2 + 29 \times 3$

$a_{30} = 2 + 87$

$a_{30} = 89$

40. a =3, d = 7 - 3 = 4, n = 10, S_{10} = ?

Sn= $\frac{n}{2}[2a + (n - 1)]$

Sn = $\frac{10}{2}$ $[2(3) + (10 - 1)4$

Sn = 5 (6+ 9 x 4)

= 5 (6 + 36)

S10 = 5 (42)

S_{10} = 210

41.a = 24, d = 4, an =100 , n =?

a_n= a + (n – 1) d

100= 24 + (n – 1) 4

100 = 24 + 4n – 4

100 = 20 + 4n

4n =80

n = $\frac{80}{4}$

n = 20. मिनिटे n

=(20 – 1) = 19 मिनिटे

42. a =5, d = 8 - 5 = 3, n = 10, S_{10} = ?

S_n= $\frac{n}{2}$ $[2a + (n - 1)]$

Sn = $\frac{10}{2}$ $[2(5) + (10 - 1)3]$

Sn = 5 (10+ 9 x 3)

$= 5\ (10 + 27)$

$S10 = 5\ (37)$

$S10 = 185$

43. $Sn = \frac{n}{2}\ (n+1)$

$S_{20} = \frac{20}{2}\ (20+1\ )$

$S_{20} = 10 \times 21$

$S_{20} = 210$

44. $a = 21,\ d = 42 - 21 = 21\ sn = 210\ \ n = ?$

$sn = \frac{n}{2}\ [\ 2a + (n - 1)\ d]$

$210 = \frac{n}{2}\ [\ 2(21) + (n - 1)\ 21]$

$420 = n\ [\ 42 + 21n - 21]$

$420 = n\ [\ 21n + 21]$

$420 = 21\ n^2 + 21n$

$21\ n^2 + 21\ n - 420 = 0$

$n^2 + n - 210 = 0$

$n^2 + 15\ n - 14n - 210 = 0$

$n\ (n + 15) - 14\ (n + 15) = 0$

$(\ n + 15\ )\ (\ n - 14\ ) = 0$

$n + 15 = 0$ or $n - 14 = 0$

$n = -15$ $\quad n = 14$

45. 1,3,5,7………..

a =1, d = 3 – 1 = 2, n = ?, Sn = ?

Sn= $\frac{n}{2}$ $[2a + (n - 1)]$

Sn = $\frac{n}{2}$ $[2(1) + (n - 1)2]$

Sn = $\frac{n}{2}$ [2 + 2n – 2]

Sn =$\frac{n}{2}$ [2n]

Sn = n^2

46. 2,4,6,8…….

a =2, d = 4 – 2 = 2, n = ?, S_n = ?

Sn= $\frac{n}{2}$ $[2a + (n - 1)]$

Sn = $\frac{n}{2}$ $[2(2) + (n - 1)2]$

Sn = $\frac{n}{2}$ [4 + 2n – 2]

Sn = $\frac{n}{2}$ [2n + 2]

Sn = $\frac{n}{2}$ x 2(n + 1)

Sn = n (n + 1)

47. 12,15,18 ……99

a = 12, d = 3, an = 99

an = a + (n –1) d

99 = 12 + (n – 1)3

(n – 1) 3 = 87

3n = 87+3

3n = 90

N = 30

48. 5,10,15……….200

a = 5, d = 10 – 5 = 5 आणि a_n = 200

a_n = a + (n – 1) d

200 = 5 + (n – 1)d

200 = 5 + (n – 1)d

200 - 5 =(n – 1)5

195 = (n – 1)5

n – 1 = $\frac{195}{5}$

n – 1 = 39

n = 39 + 1

n = 40

49. a, A, b हे A.P मध्ये आहेत

A – a = b – A

A +A = a + b

$2A = a + b$

$A = \frac{a + b}{2}$

50. $a_n = a + (n - 1)d$

$a_n = 25 + (n - 1)(-5)$

$a_n = 25 - 5n + 5$

$a_n = 30 - 5n$

∴ जर $n = 6$ पेक्षा मोठीअसेल तर ऋण किंमत मिळते

∴ $n = 7$

7 वे पद हे ऋण असेल.

51. $an = a + (n - 1) d$

$47 = 2 + (n - 1) 5$

$47 - 2 = 5n - 5$

$5n = 45 + 5$

$5n = 50$

$n = \frac{50}{5}$

$n = 10$

52. $a_{54} = a + 53d$

$= 3 + (54 - 1) 12$

$= 3 + 53 x 12$

$= 3+636$

$= 639$

पाहिजे असलेले पद$= a_{54} +132 = 639 + 132 = 771$

$an = a + (n – 1) d$

$771 = 3 +(n – 1) 12$

$n -1 = \frac{771-3}{12}$

$n -1 = \frac{768}{12}$

$n -1 = 64$

$n =1 + 64$

$n = 65$

65 वे पद th 54 व्या पदापेक्षा 132 ने अधिक आहे

53. $a =3$ $d = 6 – 3 = 3$, $n = ?$ $Sn = 165$

$Sn =\frac{n}{2} [2a + (n – 1) d]$

$165 = \frac{n}{2} [2(3) + (n – 1) 3]$

$330 = n[6 + 3n – 3]$

$330 = n(3n + 3)$

$3n^2 +3n = 330$

$3n(n + 1) =330$

$n (n +1) = 110$

$10 (10 + 1) = 110$

$n = 10$

54. $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1) d]$ $an = S_n - S_{n-1}$

$114 = 6 [2a + (6 - 1) d]$ $a6 = 114 - 80$

$228 = 6 [2a + 5d]$ $a + 5d = 34$ ------(2)

$38 = 2a + 5d$ --------(1)

$34 = a + 5d$

$a = 4$

ही किंमत स. (1) मध्ये घालु

$38 = 2 (4) + 5d$

$5d = 38 - 8$

$5d = 30$

$d = \frac{30}{5}$

$d = 6$

A.P $a , a + d, a + 2d$

$4, 4 + 6 , 4 + 2(6)$

$4 , 10, 16$

55. $a_7 = 4a_2$

$a + 6d = 4 (a + d)$

$a + 6d = 4a + 4d$

$6d - 4d = 4a - a$

$2d = 3a$ --------------(1)

$a_{12} = 3(a_4) + 2$

$a + 11d = 3(a + 3d) + 2$

$a + 11d = 3a + 9d + 2$

$11d – 9d = 3a – a + 2$

$2d = 2a + 2$ -----------(2)

स. (2) ची किमत स. (1) मध्ये घालु

$3a = 2a + 2$

$3a – 2a = 2$

$a = 2$

ही किमत स. (1) मध्ये घालु

$2d = 3a$ (i)

$2d = 3(2)$

$2d = 6$

$d = 3$

तो क्रम -----

a. a+d, a+2d = 2, 2+3, 2+2(3) = 2, 5, 8

56. $a + 2d = 16$

$a7 = a5 + 12$

$a + 6d = a + 4d + 12$

$2d = 12$

$d = 6$

$a + 2 (6) = 16$

$a + 12 = 16$

$a = 16 – 12$

$a = 4$

तो क्रम -----

$a , a + d ,a + 2d$

$4 , 4 + 6 , 4 + 2 (6)$

4, 10 , 16

57. पहिले पद = a , सामान्य फ़रक = 3a

$a5 = a + (5 – 1) d$

$26 = a + 4(3a)$

$13a = 26$

$a = \frac{26}{13} = 2$

$d = 3a = 3 \times 2 = 6$

$Sn = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$

$Sn = \frac{20}{2} [2(2)+(20-1)6]$

$S20= \frac{20}{2} (4+114)$

$= \frac{20}{2} X \ 118$

$= 1180$

58. तिन अंकी संख्येतिल अंक (a – d),a,(a + d) मानु

∴ a – d + a + a+ d = 15

∴ a = 5

मुळ संख्या = 100 (5 – d) + 10 (5) + (5 + d)

नविन संख्या = 100(5 + d) + 10(5) + (5 - d)

= 500 + 100d + 50 + 5 + d

500 - 100d + 50 + 5 + d = 500 + 100d + 50 + 5 – d + 594

= - 200d + 2d = 594

-198d = 594

d = -3

∴ मुळ संख्या = (5 + 3) , 5 , (5 – 3) = 8, 5, 2

59. चार भाग a – 3d, a – d , a + d, a + 3d मानु

a – 3d + a – d + a +d + a + 3d = 56

4a = 56

$a = \frac{56}{4} = 14$

$= \frac{(a-3d)\ (a+3d)}{(a-d)(a+d)} = \frac{5}{6}$

$\frac{a2-9d2}{a2-d2} = \frac{5}{6}$

$6a^2 - 54d^2 = 5a^2 - 5d^2$

$6a^2 - 5a^2 = 54d^2 - 5d^2$

$a^2 = 49 d^2$

$d^2 = \frac{14 X 14}{49}$

$d = 2$

ते चार भाग --

$a - 3d = 14 - 3 (2) = 14 - 6 = 8$

$a - d = 14 - 2 = 12$

$a + d = 14 + 2 = 16$

$a + 3d = 14 + 3(2) = 20$

60. पाच भाग $a - 2d, a - d, a, a+d, a+2d$ मानु

$a - 2d + a - d + a + a + d + a + 2d = 25$

$5a = 25 \Rightarrow a = 5$

$(a - 2d)^2 + (a - d)^2 + a^2 + (a + d)^2 + (a + 2d)^2 = 135$

$a^2 - 4ad + 4d^2 + a^2 - 2ad + 2^2 + a^2 + a^2 + 2ad + d^2 + a^2 + 4ad + 4d^2 = 135$ $5a^2 + 10d^2 = 135$

$5(a)^2 + 10d^2 = 135$

$10d2 = 135 - 125$

$10d^2 = 10$

$d = \pm 1$

61. $a_9 = 1 + 5a_2$ $a_{12} = 7 + 2a_5$

$a + 8d = 1 + 5(a + d)$ $a + 11d = 7 + 2(a + 4d)$

$a + 8d = 1 + 5a + 5d)$ $a + 11d = 7 + 2a + 8d)$

$4a - 3d = -1 \longrightarrow (1)$ $a - 3d = -7 \longrightarrow (2)$

स. (1) आणि स. (2) वरुन

$4a - 3d = -1$

$a - 3d = -7$

(-) (+) (+)

$3a = 6$

$a = 2$

$3d = a + 7$

$d = 2+7$

$d = \frac{2+7}{3}$

$d = 3$

तो अंक गणिती क्रम 2,5, 8, 11, ……….

62. $S_n = 6 + 11 + 16 \dots \dots \dots \dots + 96$

$a_n = a + (n-1)d$ $96 = 6 + (n-1)5$

$96 = 6 + 5n - 5$

$95 = 5n$

$n = \frac{95}{5} = 19$

$Sn = \frac{n}{2}(a + l)$

$S_{19} = 19(6+96) = 19 \times 102$

$= 969$

63. त्या संख्या $a-d, a, a+d$ मानु

$a-d+a+a+d=216$

$3a=216$

$a=72$

$a+d=7(a-d)$

$72+d=7(72-d)$

$72+d=504-7d$

$8d=432$

$d=\frac{432}{8}$

$=54$

त्या संख्या (72 - 54) , 72 , (72 + 54)

18 , 72 , 126

64 .

$a+3d+a+7d=24$, $a+5d+a+9d=44$

$2a+10d=24$ $2a+14d=44$

$a+5d=12$ $a+7d=22$

$a+5d=12$

$a+7d=22$

(-) (-) (-)

$-2d = -10$ $d = 5$

$a + 5d = 12$

$a + 5(5) = 12 \Rightarrow a = 12 - 25 = -13$

ती तिन पदे $-13, -8, -3.$

65.

ते कोन $a - d, a, a + d$ मानु

$a - d + a + a + d = 180$

$3a = 180^0$

$a = 60^0$

$2(a - d) = a + d \Rightarrow 2a - 2d = a + d \Rightarrow a = 3d$ $3d = 60^0 \Rightarrow d = 20^0$

ते कोन $40^0, 60^0, 80^0$

66. $a_m = \frac{1}{n}, a_n = \frac{1}{m}$

$\frac{1}{n} = a + (m - 1)d$ (1) ------------(1)

$\frac{1}{m} = a + (n - 1)d$ (2) --------------(2)

सं .(1) – (2)

$\frac{1}{n} - \frac{1}{m} = d[(m -) - (n + 1)]$

$\Rightarrow \frac{m-n}{mn} = d(m - n)$

$\therefore d = m - n$

$\therefore d = \frac{m-n}{mn(m-n)}$

$\therefore d = \frac{1}{mn}$ ----------------………. (3)

Type equation here.

$a + (m - 1)\, d$

$\frac{1}{n} = \Rightarrow a + 1\,(m - 1)\frac{1}{mn}$

$a = \frac{m - m + 1}{mn} = \frac{1}{mn}$ …….. (4)

$a_{mn} = a + (mn - 1)\, d$

$= \frac{1}{mn} + (mn - 1)\frac{1}{mn}$

$= \frac{1}{mn} + (mn - 1)\frac{1}{mn}$

$= \frac{1}{mn}(1 + mn - 1)$

$= \frac{1}{mn}(mn)$

$a_{mn} = 1$

67. $a = a + (p - 1)\, d$ -------------(1)

$b = a + (q - 1)\, d$ ------- (2)

$c = a + (r - 1)\, d$---------------------(3)

स. (1) ला (q-r) स. (2) ला (r-p) आणि स. (3) ला (p – q) ने गुणु (1) + (2) + (3)

$= a(q - r) + b(r - p) + c(p - q) = d[(p - 1)(q - r) + (q - 1)(r - p) + (r - 1)(p - q)]$

$= a(q - r) + b(r - p) + c(p - q) = dpq + pr - q + r + qr - pq - r + p + rp - rp - p + q$

$= a(q - r) + b(r - p) + c(p - q) = d(0)$

$= a(q - r) + b(r - p) + c(p - q) = 0$

68. $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)\, d]$ $a + 8d = 28$ (1)

$S_9 = \frac{9}{2}[2a + (9 - 1)\, d]$

$144 = \frac{9}{2}[2a + (9 - 1)\, d]$

$288 = 18a + 72d$

(18 ने भागुन)

16 = a + 4d ----- (2)

28 = a + 8d ------ (1)

(1) – (2)

12 = 4d

$d = \frac{12}{4}$

d = 3

d ची किमत स. (2) मध्ये घालु

16 = a + 4d

16 = a + 4(3)

16 = a + 12

a = 16 – 12

a = 4

V. 4 चार गुणांचे प्रश्न

69. $a = 22, l = -11$ आणि $\frac{n}{2}(a + l) = 66$

$Sn = \frac{n}{2}(a + l)$

$66 = \frac{n}{2}(22 - 11)$

$66 = \frac{n}{2}(11)$

$11n = 132$

$n = \frac{132}{11} = 12$

पदांची संख्या =12

$an = a + (n - 1)d$

$-11 = 22 + (12 - 1)d \Rightarrow 11d + 22 = -11$

$11d = -33 \Rightarrow d = -3$

70.

A. P ची पाच पदे $a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$

$(a + 2d)2 - (a - 2d)2 = 192,$ $a - d + a + d = 16 \Rightarrow 2a = 16 \Rightarrow a = 8$ $a2 +$ $4ad + 4d2 - a2 + 4ad - 4d2 = 192 \Rightarrow 8ad = 192$

$d = \frac{192}{8a} = \frac{192}{8 \times 8} = 3$

A. P ची पदे $(8 - 6), (8 - 3), 8, (8 + 3), (8 + 6)$

2, 5, 8, 11, 14

71.

$a_n = S_n - S_{n-1}$

$a + (n - 1)d = 210 - 171$

$a_n = 39$

$S_n = \frac{n}{2} [a + a_n]$

$210 = \frac{n}{2} [3 + 39]$

$210 = \frac{n}{2} [42]$

$210 = 21n$

$n = \frac{210}{21}$

$n = 10$

$a_n = a + (n - 1) d = 39$

$3 + 9d = 39$

$9d = 39 - 3$

$9d = 36$

$d = \frac{36}{9}$

$d = 4$

$\therefore$ A.P= $a, a+d, a+2d$ ……….

3, 3+4, 3+2(4)………..

3, 7,11………….

$a_{20} = a + 19d$

$= 3 + 19 \times 4$

$= 3 + 76$

$= 79$

72.

पंचकोनांचे कोन $a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d$ पंचकोनांच्या अंतर कोनांची बेरिज $= (n-2)\,180^0$

$= (5-2)180^0$

$= 3 \times 180^0$

$= 540^0$

$a + a + d + a + 2d + a + 3d + a + 4d = 540^0$

$72 + 72 + d + 72 + 2d + 72 + 3d + 72 + 4d = 540^0$

$360^0 + 10d = 540^0$

$10d = 540^0 - 360^0$

$10d = 180^0$

$d = 18^0$

पंचकोनांचे कोन $a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d$

72, 72 + 18, 72 + 2(18) , 72 + 3(18), 72 + 4(18)

$72^0, 90^0, 108^0, 126^{0,} 144^0$

73 सोमवार ते शनिवार पर्यंतची व्यक्तीची मिळकत

$a, a + d, a+2d ,a + 3d, a + 4d, a + 5d$

उदाहरणावरुन $a + a + d + a+2d = 525$

$3a + 3d = 525$ (3ने भागल्यास)

$a + d = 175$ ----- (1)

$a + 4d = a + 100$

$4d = 100$

$d = 25$

'd' ची किमंत स. (1) घेवु $a + d = 175$

$a + 25 = 175$

$a = 175 – 25$

$a = 150$

व्यक्तिची दैनंदिन मिळकत =

$a, a + d, a+2d ,a + 3d, a + 4d, a + 5d$

150, 150 + 25, 150 + 2 x 25 , 150 + 3 x 25 , 150 + 4 x 25, 150 + 5 x 25

150 , 175 , 200 , 225 , 250 , 275

74.

चौकोनांचे कोन $a, a+d ,a, a + 2d, a + 3d$

$\therefore a+ a + d + a + a + 2d + a + 3d = 360^0$.

$4a + 6d = 360^0$ (2 ने भागु) $2a + 3d = 180^0$ ---------(१)

विरूध्द कोनांची बेरिज = 130^0

$a + a + 2d = 130^0$ $a + d + a + 3d = 130^0$

$2a + 2d = 130^0$ (2 ने भागु) $2a + 4d = 130^0$

$a + 2d = 65^0$

$a + d = 65^0$ ---------------(2)

$2a + 3d = 180^0$ (1) x 1

$a + d = 65^0$ (2) x 2

$2a + 3d = 180^0$

$2a + 2d = 130^0$

(-) (-) (-)

$d = 50^0$

d ची किमत स. (2) मध्ये घालु

$a + d = 65^0$

$a + 50^0 = 65^0$

$a = 65^0 - 50^0$

$a = 15^0$

∴ चौकोनांचे कोन a, a+d ,a, a + 2d, a + 3d

15^0 , $15^0 + 50^0$, $15^0 + 2(500)$, $15^0 + 3 (50^0)$

15^0 , 65^0 , 115^0 , 165^0

75.

n = 16

$S_{16} = 768$

$a_n = l = 93$

$S_n = \frac{n}{2} [a + a_n]$

$768 = \frac{16}{2} [a + 93]$

$= 8 [a + 93]$ $\frac{768}{8}$

$= a + 93$

$a + 93 = 96$

$a = 96 - 93$

$a = 3$

$a_n = a + (n - 1)d$

$93 = 3 + (16 - 1)d$

$93 = 3 + 15d$

$93 - 3 = 15d$

$90 = 15d$

$\frac{90}{15} = d$

$d = 6$

∴ A.P 3,9,15,21,27 …………

$S_{16} = 3+9+15+21+27$ 16 पदे

$= 3 (1+3+5+7…$ 16पदे)

$= 3 \times 16^2$ [$S_n=n^2$] { पहिल्या n विषम पदांची बेरिज }

$= 3 \times 256$

$768 = 768$

76.

$a_n = a + (n - 1)d$

$a_7 = 5 \times a_2$

$a + 6d = 5 (a + d)$

$a + 6d = 5a + 5d$

$6d – 5d = 5a – a$

$d = 4a$----------- (1)

$a_5 = 2a_{3} - 1$

$a + 4d = 2(a+2d) – 1$

$a + 4d = 2a +4d – 1$

$1 = 2a +4d - 4d - a$

$a = 1$

स. (1) वरुन $d = 4a = 4 \times 1$

$d = 4$

∴ A.P = a, a + d, a + 2d …..

= 1, 1 + 4 , 1 + 2(4) …..

= 1, 5, 9 …….

$a_{15} = a +(n – 1) d$

$= 1 + (15 – 1) 4$

$= 1 + 14 \times 4$

$= 1 + 56$

$a_{15} = 57$

77.

$$\frac{a_{11}}{a_8} = \frac{3}{2}$$

$2 [a_{11}] = 3 [a_8]$

$2 [a + 10d] = 3 [a+ 7d]$

2a+20d =3a+21d

2a-3a =21d – 20d

-a = d

a = -d

$\frac{S_5}{S_{21}} = \frac{5(2a+4d)}{21(2a+20\ \ )}$

$=\frac{5(a+2d)}{21(a+10d)}$

$=\frac{5(-d+2d)}{21(-d+10d)}$

$= \frac{5(d)}{21(9d)}$

$=\frac{5}{189}$

78.

$a_7 = 4a_2$

a + 6d = 4(a + d)

a + 6d = 4a + 4d

3a = 2d----------(1)

$a_{12} = 3a_4 + 2$

a + 11d = 3(a + 3d) + 2

a + 11d = 3a + 9d +2

2a -2d = - 2

a – d = -1

a = d – 1--------- (2)

स. (2) ची किमत स.(1) मध्ये घालू

$3(d-1) = 2d$

$3d - 3 = 2d$

$d = 3$

'd' ची किमत स.((2) मध्ये घालू

$a = 3 - 1$

$a = 2$

$\therefore$ A.P $a, a+d, a+2d\ldots\ldots\ldots$

$2, 2+3, 2+2(3)$

$2, 5, 8\ldots..$

79.

$a_p = q, a_q = p, a_r = ?$

$q = a + (p-1)d$ $\quad\quad$ $p = a + (q-1)d$

$q - p = a + (p-1)d - [a + (q-1)d]$

$= a + d(p - 1 - q + 1) - a$

$= d(p-q)$

$d = \frac{q-p}{p-q}$

$\therefore d = -1 \quad \ldots\ldots..(1)$

$a = q + p - 1 \quad \ldots\ldots..(2)$

$ar = a + (r-1)d = q + p - 1 + (r-1)(-1)$

$= q + p - 1 - r + 1 = p + q - r$

80. $S_5 = \frac{5}{2}[2a + (5-1)d]$ $\quad\quad$ $a_4 = (a1 + a_2) + 5$

$S_5 = \frac{5}{2}$ [2a + 4d]

S_5 = 5 (a + 2d)

5_5 = 5 (a + 2d)

11 = a + 2d------------ (1)

a + 3d = (2a + d) +5

a – 2d = -5------------------ (2)

स. (1) +स. (2)

2a = 6

a = 3

ही किमत स. (1) मध्ये घालू

11 = 3 + 2d

8 = 2d

d = 4

∴ A.P ची पाच पदे , a+d, a+2d , a+3d , a+4d

3 , 3+4 , 3+2(4) , 3+3(4) ,3+4(4)

3,7,3+8,3+12,3+16

3 , 7 , 11, 15, 19

81.

a+(6 – 1)d = 2 (a+(3-1)d)+1

a + 5d = 2a +4d+1

d – a = 1 or a = d – 1--------------- (1)

a4 + a5 = 5a2

(a+(4-1)d) + (a + (5 – 1)d) = 5 (a + d)

a + 3d + a + 4d = 5a + 5d

2a + 7d = 5a + 5d

2d = 3a-----------------------------(2)

स. (1) ची किमत स. (2) मध्ये घालू

$2d = 3a$

$2d = 3 (d - 1)$

$2d = 3d - 3$

$d = 3$

d ची किमत स. (2) मध्ये घालू

$2d = 3a$

$2(3) = 3a$

$a = 2$

$a_{10} = a + 9d$

$a_{10} = 2 + 9(3)$

$a_{10} = 2 + 27$

$a_{10} = 29$

82.

$Sn = 5n - n^2$

$S_1 = 5(1) - (1)2 = 5 - 1 = 4$ a1 = 4

$S_2 = 5 (2) - (2)2 = 10 - 4 = 6$ a2 = S2 – S1 = 6 – 4 = 2

$S_3 = 5(3) - (3)2 = 15 - 9 = 6$ a3 = S3 – S2 = 6 – 6 = 0

$S_4 = 5(4) - (4)2 = 20 - 16 = 4$ a4 = S4 – S3 = 4 – 6 = -2

$S_{21} = 5 (21) - (21) 2 = 105 - 441 = - 336$

$a_{21} = a + 20d = 4 + 20 (-2) = 4 - 40 = - 36$

83.

$a = b + 3$-------- (i)

$a_7 = 28$

$a + 6d = 28$ (ii)

$b_8 = 29$

$b + 7d = 29$ (iii)

स. (2)ची किमात स.(1) मध्ये घालू

$b + 3 + 6d = 28$

$b + 6d = 25$------------ (iv)

स.(iii) - स. (iv)

$b + 7d = 29$

$b + 6d = 25$

(-) (-) (-)

$d = 4$

$d = 4$ ही किमत स. (ii) मध्ये घालू

$a + 6d = 28$

$a + 6(4) = 28$

$a + 24 = 28$

$a = 28 – 24$

$a = 4$

$d = 4$ ही किमत स. (iii) मध्ये घालू $b + 7d = 29$

$b + 7(4) = 29$

$b = 29 – 28$

$b = 1$

पहिली A.P ---

a , a+d, a+2d………… 4, 4+4, 4+2(4)………..

4, 8, 12 ………..

दुसरी A.P---

b , $b+d$, $b+2d$………… 1, 1 + 4, 1 + 2(4)………..

1, 5, 9 ………….

84.

$a_{17} = 3a_5 + 4$ $a_{10} = 31$ a_{30} , a_{29}, a_{28} = ? A.P = ?

$a + 16d = 3 (a + 4d) + 4$ $a + 9d = 31$ (2)

$a + 16d = 3a + 12d +4$

$a – 3a + 16d – 12d = 4$

$-2a + 4d = 4$ (2ने भागल्यास)

$- a + 2d = 2$------------------ (1)

स. (1) + स. (2) =

$-a +2d = 2$ $a +9d = 31$

$11d = 33$

$d =\frac{33}{11}$

$d = 3$

ही किमत स. (2) मध्ये घातल्यास $a + 9d = 31$

$a + 9(3) = 31$

$a + 27 = 31$

$a = 31 – 27$

$a = 4$

A.P तिल शेवटची तिन पदे a_{30} , a_{29}, a_{28}

$a + 29d$, $a+ 28d$, $a+ 27d$

4 + 29(3) , 4 + 28 (3) , 4 + 27 (3)

4 + 87, 4 + 84, 4 + 81

91, 88, 85

∴ A.P = a, a+d, a+2d ……

4, 4 + 3, 4 + 2(3)……

4, 7, 10………….

-------o--------

प्रकरण 6: त्रिकोण

शिकण्याचे महत्त्वाचे मुद्दे:

- समरूप आकृत्या
- त्रिकोणाची समरूपता
- थेल्स प्रमेय (मूलभूत प्रमाणाचा प्रमेय)
- थेल्स प्रमेयाचा व्यत्यास
- को.को.को, बा.को.बा, बा.बा.बा समरूप त्रिकोणावरील कसोटी
- प्रमेयावर आधारित उदाहरणे

एकूण प्रश्न	सोपे	मध्यम	कठीण
55	**18**	**30**	**7**

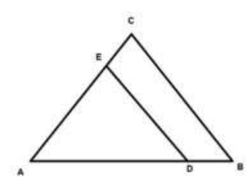
I.खालीलपैकी चार पर्याय प्रत्येक प्रश्नासाठीअपूर्ण/ विधानासाठी दिलेले आहेत. योग्य पर्याय निवडाआणि त्याचे उत्तर त्याच्या अक्षरासह पूर्ण उत्तर लिहा (1 गुण)

1) खालीलपैकी कोणत्या आकृत्या नेहमी समरूप असतात? (मार्च २०२५ सोपे)
   A) कोणतेही दोन समभुज त्रिकोण.
   B) चौरस आणि आयत
   C) चौरस आणि समभुज चौकोन
   D) कोणतेही दोन समलंब चौकोन

2) त्रिकोणांची खालीलपैकी कोणती जोडी नेहमी समरूप असते? [मॉडेल : २०२२, मध्यम[
   A) दोन समद्विभुज त्रिकोण B) दोन विषमभुज त्रिकोण
   C) दोन समभुज त्रिकोण D) दोन काटकोन त्रिकोण

3) ∆ABC मध्ये DE||AB. जर CD =3 सेमी, EC= 4 सेमी, BE= 6 सेमी, तर DA बरोबर (मध्यम)
   A) 7.5 सेमी B) 3 सेमी C) 4.5 सेमी D) 6 सेमी

4) D आणि E हे ∆ABC च्या बाजू AB आणि AC वरील बिंदू आहेत. जर DE || BC, AD = 2 सेमी, BD = 3 सेमी आणि BC = 7.5 सेमी असेल, तर DE ची लांबी आहे
   A) 2.5 सेमी B) 3 सेमी C) 5 सेमी D) 6 सेमी



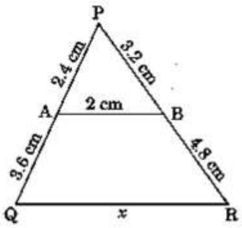
5) △ABC आणि △DEF समान आहेत आणि जर AB/DE =BC/FD असेल, तर खालीलपैकी कोणता संबंध योग्य आहे?

(मध्यम)

A) ∠B = ∠E B) ∠A = ∠D C) ∠B = ∠D D) ∠A = ∠F

6) दिलेल्या आकृतीमध्ये 'X' ची किंमत?

(मध्यम)



A) 4 cm B) 5 cm C) 6cm D) 8 cm

7) ΔABC मध्ये DE||BC, AD= x, DB=x–2, AE=x+2 आणि EC = x–1 असेल तर 'X' ची किंमत.

(मध्यम)

A)3 B)4 C)5 D)3.5

8) ΔABC हा ΔDEF ला समरूप आहे की 2AB=DE आणि BC=8 सेमी तर EF ची लांबी किती**?**

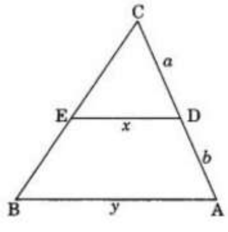
A)12सेमी B)4सेमी C)16सेमी D)8सेमी (मध्यम)

9) ΔABC मध्ये, AE=4सेमी AC, AB=6 सेमी आणि DE∥BC तर AD ची लांबी किती?

A) 2सेमी B)1.2सेमी C)1.5सेमी D)4सेमी (मध्यम)

10) आकृतीमध्ये, जर DE∥AC तर खालीलपैकी कोणता संबंध योग्य आहे?

(मध्यम)

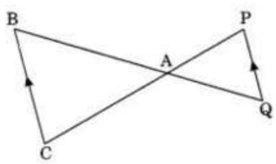


x = a+b/ay　　B) y= ax/a+b　　C) x = ay/a+b　　D) x/y = a/b

11) ΔABC~ΔDEF.जर AB=4 सेमी,BC=3.5 सेमी,CA=2.5 सेमी आणि DF=7.5 सेमी असेल तर,ΔDEF ची परिमिती किती ? (मध्यम)

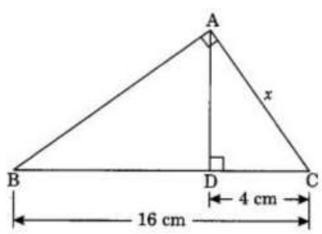
A) 10 सेमी　B)14 सेमी　C) 30 सेमी　D) 25 सेमी

12) आकृतीमध्ये, △ACB~△APQ. AB = 6सेमी, BC=8 सेमी आणि PQ =4 सेमी असेल, तर AQ ची बी किती. (मध्यम)



A) 2 सेमी　B) 2.5 सेमी　C) 3 सेमी　D) 3.5 सेमी

13) दिलेल्या आकृतीमध्ये 'X' ची किंमत? (मध्यम)



A) 4 सेमी　B) 5 सेमी　C) 8 सेमी　D) 3 सेमी

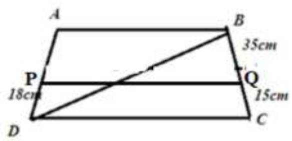
14) △LMN मध्ये, ∠L = 50° आणि ∠N = 60° असेल. जर △LMN ~ △PQR असेल, तर ∠Q चे माप किती (सोपे)

A) 50°　B) 70°　C) 60°　D) 40°

15) D आणि E हे △ABC च्या बाजू AB आणि AC चे मध्यबिंदू आहेत. जर BC = 6 सेमी आणि DE||BC असेल, तर DE ची लांबी किती?

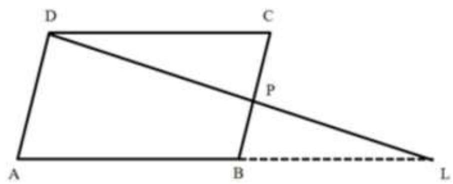
A)12 सेमी　B)3 सेमी　C)5 सेमी　D)6 सेमी

16) समलंब चौकोन ABCD मध्ये AB||DC आणि P,Q हे अनुक्रमे बाजू AD आणि BC वरील बिंदू आहेतजर. PQ||DC, PD = 18सेमी, BQ = 35 सेमी आणि QC = 15 सेमी असेल, तर AD ची लांबी किती ? (कठीण)



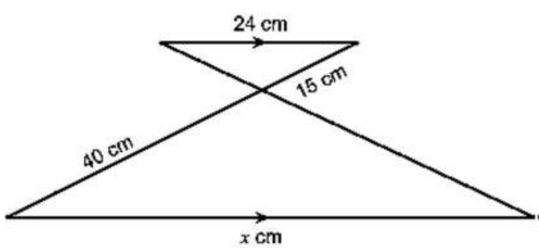
A) 5 सेमी B) 57 सेमी C) 60 सेमी D) 62 सेमी

17) ABCD एक समांतरभुज चौकोन आहे. जर P हे BC वरील एक बिंदू असेल आणि AB ला DP ला L मध्ये भेटण्यासाठी वाढवले असेल, तर खालीलपैकी योग्य संबंध कोणता आहे? (कठीण)



A) DP/BL = DC/PL B) DP/PL =DC/L C) DP/PL = BL/DC D) DP/PL =AB/DC

18) ABCD एक समांतरभुज चौकोन आहे. जर P हे BC वरील एक बिंदू असेल आणि AB ला DP ला L मध्ये भेटण्यासाठी वाढवले असेल, तर खालीलपैकी योग्य संबंध कोणता आहे? (कठीण)



(A) 64 सेमी (B) 60 सेमी (C) 25 सेमी (D) 53 सेमी

19) जर 5m उंचीच्या ध्वजस्तंभाची सावली 4m लांब पडत असेल, तर त्याच वेळी 20m उंचीच्या झाडाची सावली किती असेल? (कठीण)

(A) 25 मी (B) 30 मी (C) 60 मी (D) 20 मी

20) ΔABC आणि ΔDEF मध्ये, ∠B=∠E, ∠C=∠F आणि AB = 3DE असेल, तर त्रिकोण कसे आहेत? (सोपे)

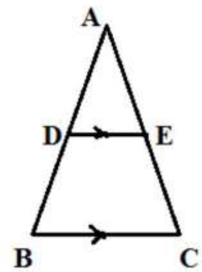
A)एकरूप पण समरूप नाहीत. B) समरूप पण एकरूप नाहीत

C) एकरूप किंवा समरूप नाहीत. D) एकरूप आणि समरूप

21) जर ΔADE आणि ΔABC मध्ये, ∠D=∠B आणि ∠E=∠C असेल तर खालीलपैकी कोणते विधान चुकीचे आहे ? (सोपे(

A) $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{CE}$ B) $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$ C) $\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}$ D) $\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

22) आकृतीमध्ये, D आणि E हे अनुक्रमे AB आणि AC चे मध्यबिंदू आहेत. जर DE = 4cm असेल तर BC कशाच्या बरोबर आहे? (सोपे)



A) 4 सेमी B) 6 सेमी C) 8 सेमी D) 12 सेमी

23) आकृतीमध्ये, जर XY||BC असेल तर AX/AB कशाच्या बरोबर आहे?

(जुलै:2021) (सोपे)

A) $\frac{AX}{AY}$ B) $\frac{AX}{XB}$ C) $\frac{AY}{AC}$ D) $\frac{AC}{AY}$

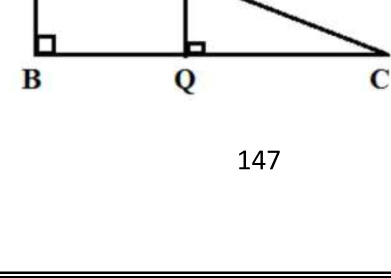
24) आकृतीमध्ये, जर EF||CA आणि FG||AB असेल तर DE/EC कशाच्या बरोबर आहे?

(कठीण)

A) $\frac{DG}{GB}$ B) $\frac{GB}{DG}$ C) $\frac{AF}{DF}$ D) $\frac{AB}{AD}$

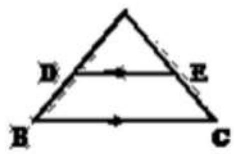
25) आकृतीमध्ये AB||PQ. जर PQ = 1.5cm, QC = 2cm आणि BQ = 8cm असेल तर AB ची लांबी किती आहे?,

(सोपे)



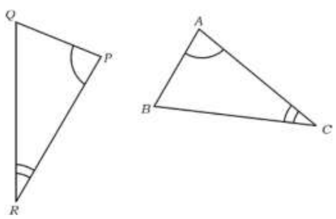
A) 10सेमी B) 7.5सेमी C) 9.5सेमी D) 3.5सेमी

26) आकृतीमध्ये DE||BC आणि जर AD = x, BD = y, AE = m आणि CE = n, तर खालीलपैकी कोणता संबंध योग्य आहे? (सोपे)



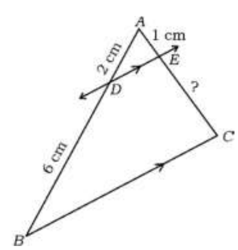
A) $\frac{X}{y} = \frac{m}{m+n}$ B) $\frac{X}{y} = \frac{n}{m}$ C) $\frac{X+y}{y} = \frac{m}{m+n}$ D) $\frac{X}{x+y} = \frac{m}{m+n}$

27) आकृतीमध्ये, जर ΔPQR ~ ΔABC असेल तर संगत बाजूंची जोडी खालीलपैकी कोणती आहे? (मध्यम)



A) PQ आणि AB B) PR आणि AB C) QR आणि AC D) PR आणि BC

28) आकृतीमध्ये, DE||BC. जर AD =2 सेमी, AE = 1 सेमी आणि BD = 6 सेमी असेल तर EC ची लांबी किती आहे? (मे 2025 सोपे)



A) 2 सेमी B) 3 सेमी C) 4 सेमी D) 5 सेमी

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (1 गुण)

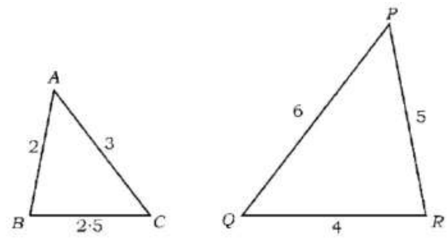
29) समरूप आकृत्या म्हणजे काय?? (सोपे)

30) बहुभुजाकृती समरूपतेसाठी दोन अटी लिहा. (सोपे)

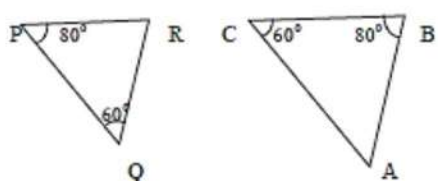
31) मूलभूत प्रमाणाचा प्रमेय (थेल्स प्रमेय(लिहा (मे/जून:2022 - सोपे)

32) त्रिकोणांच्या समरूपतेसाठी कोको.को. कसोटी लिहा. (सोपे)

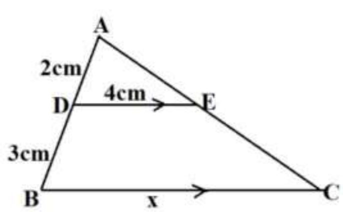
33) दिलेल्या आकृती मध्ये $\Delta ABC \sim \Delta QRP$. हे दर्शवण्यासाठी वापरलेला समरूपतेची कसोटी लिहा. (सोपे)



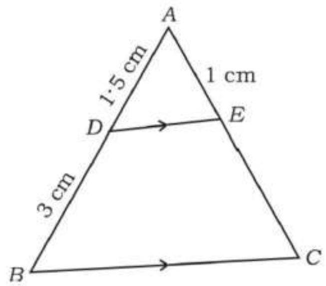
34) दिलेल्या आकृतीमध्ये, ΔABC ची बाजू AB शी संबंधित त्रिकोण ΔPQR ची बाजू लिहा. जून-2023(मध्यम)



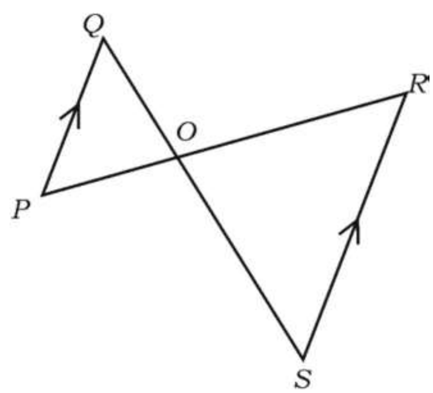
35) दिलेल्या आकृती मधील 'X' ची किंमत काढा? (मध्यम)



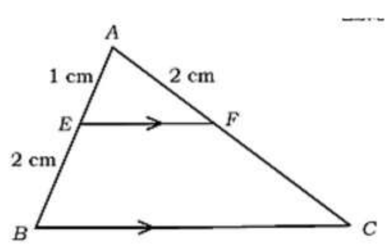
36) ΔABC मध्ये, जर DE||BC, AD = 1.5 सेमी, BD = 3 सेमी आणि AE = 1 सेमी असेल, तर EC ची लांबी शोधा (मध्यम)



37) आकृतीमध्ये $\Delta POQ \sim \Delta ROS$ आणि PQ||SR. जर PQ:SR = 1:2 असेल तर OS : OQ शोधा
(मध्यम)



38) दिलेल्या आकृतीमध्ये, FC ची लांबी शोधा? (सोपे)



III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (2 गुण)

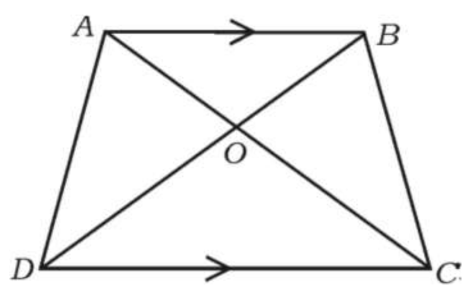
39) ABCD या समांतरभुज चौकोना मध्ये, E हा AD चा मध्यबिंदू आहे आणि BE, CD ला F वर छेदते. तर सिद्ध करा की $\triangle ABE \sim \triangle CFB$ (मध्यम)

40) 40)ΔABC मध्ये, DE∥BC. जर AD=2.4 सेमी, AB=3 सेमी, AC=5 सेमी असेल तर AE शोधा.

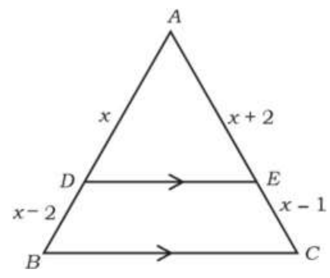
41) 6 मीटर उंचीचा एक उभा खांब जमिनीवर 4 मीटर लांबीची सावली टाकतो आणि त्याच वेळी एका टॉवरची सावली 28 मीटर लांब आहे. तर त्या टॉवरची उंची शोधा.. (मध्यम)

42) दोन रेषाखंड AB आणि CD एकमेकांना 'O' वर छेदतात. AC∥BD असेल आणि सिद्ध करा की $\triangle AOC \sim \triangle BOD$ मार्च 2025 (मध्यम)

43) समलंब चौकोन ABCD मध्ये, AB∥DC. कर्ण AC आणि BD एकमेकांना O मध्ये छेदतात. सिद्ध करा की. (कठीण)

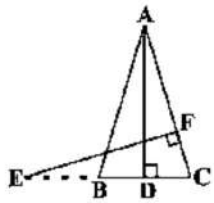


44) $\triangle ABC$ मध्ये, DE∥BC. जर AD=x, BD=x−2, AE=x+2 आणि EC=x−1 असेल तर x शोधा आणि AD:DB शोधा . (कठीण)



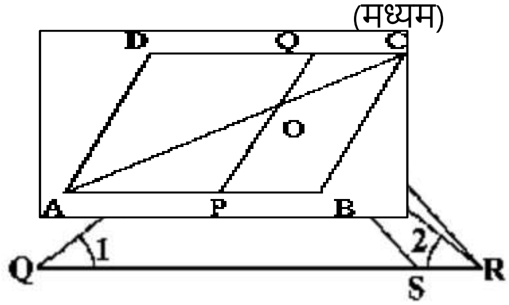
45) आकृतीत, E हा CB बाजूवर वाढवलेल्या समद्विभुज त्रिकोण ABC च्या बाजूचा एक बिंदू आहे, जेथे AB=AC. जर AD⊥BC आणि EF⊥AC, तर सिद्ध करा की $\triangle ABD \sim \triangle ECF$.

(कठीण)



46) दिलेल्या आकृतीत, अणि ∠1=∠2. सिद्ध करा की. ΔPQS~ΔTQR.

(मध्यम)



IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (3 गुण(

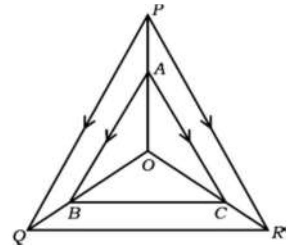
47) D हा त्रिकोण ABC च्या बाजू BC वरील असा बिंदू आहे की ∠ADC=∠BAC. तर सिद्ध करा की $AC^2 = BC.CD$ (मध्यम)

48) आकृतीत, ABCD हा समांतरभुज चौकोन आहे. जर P हा AB बाजूला 2:3 या गुणोत्तरात विभाग असेल आणि Q हा DC बाजूला 4:1 गुणोत्तरात विभागत असेल, तर सिद्ध करा की OA=2×OC.

(मध्यम)

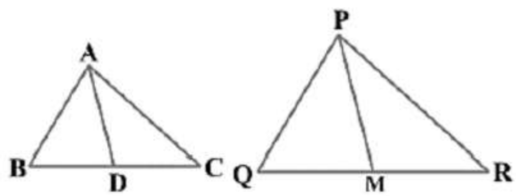
49) आकृतीत, A, B आणि C हे अनुक्रमे OP, OQ आणि OR वरील असे बिंदू आहेत की AB∥PQ आणि AC∥PR. तर असे सिद्ध करा की BC∥QR

(MQP2–2024-25)[सोपे]



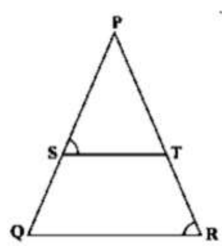
50) बाजू AB आणि BC आणि मध्यगा AD हे △ABC च्या बाजू PQ आणि QR आणि मध्यगा PM च्या अनुक्रमे प्रमाणात आहेत. सिद्ध करा की △ABC~△PQR

(मध्यम)



51) दिलेल्या आकृतीत, $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ आणि∠PST=∠PRQ. सिद्ध करा की PQR हा समद्विभुज त्रिकोण आहे.

(सोपे)



V.खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (4 गुण)

52) मूलभूत प्रमाणाचा प्रमेय लिहून सिद्ध करा.

(मार्च 2018/2017 एप्रिल2023/2025)(मध्यम)

53) सिद्ध करा की "जर दोन त्रिकोणांमध्ये संगत कोन समान असतील, तर त्यांच्या संगत बाजू प्रमाणात असतात म्हणून दोन्ही त्रिकोण समरूप असतात.."

(मार्च2022 /मार्च 2019/एप्रिल2023/मार्च 2025)(मध्यम)

54) सिद्ध करा की "जर दोन त्रिकोणांमध्ये, एका त्रिकोणाच्या बाजू दुसऱ्या त्रिकोणाच्या बाजूंच्या संगत बाजूशी प्रमाणात असतील, तर त्यांचे संगत कोन समान असतात म्हणून दोन्ही त्रिकोण समरूप असतात
.(MQP 2025 – 03 मध्यम)

55) सिद्ध करा की "जर दोन त्रिकोणांमध्ये, एका त्रिकोणाच्या बाजू दुसऱ्या त्रिकोणाच्या बाजूंच्या संगत बाजूशी प्रमाणात असतील, तर त्यांचे संगत कोन समान असतात म्हणून दोन्ही त्रिकोण समरूप असतात".
(MQP 2025 – 02 मध्यम)

प्रकरण: 06 त्रिकोण

I. बहु पर्यायी प्रश्नांची उत्तरे

1) A)कोणतेही दोन समभुज त्रिकोण
2) A)दोन समद्विभुज त्रिकोण
3) C) 4.5 सेमी
4) C) 5 सेमी
5) C) ∠B=∠D
6) B) 3
7) B) 4
8) C) 16
9) C) 1.5
10) C) x = ay /a+b
11) C) 30 सेमी
12) C) 3 सेमी
13) C) 8 सेमी
14) B) 70°
15) B) 3 सेमी
16) C) 60 सेमी
17) B) $\frac{DP}{PL} = \frac{DC}{BL}$
18) A) 64 सेमी

19) A) 25 मी

20) B) समरूप परंतु एकरूप नाहीत

21) B)

22) C) 8 सेमी

23) C)

24) A)

25) B) 7.5 सेमी

26) D)

27) A) PQ & AB

28) B) 3 सेमी

II. एक गुणांचे प्रश्न उत्तरे

29) जर कोणत्याही दोन भौमितिक आकृत्यांचे संगत कोन समान असतील आणि संगत बाजूंचे गुणोत्तर समान असेल, तर त्या दोन आकृत्यांना समरूप आकृत्या असे म्हणतात.

30) 1.संगत कोन समान असतात.
2.संगत बाजूंचे गुणोत्तर समान असते

31) थेल्स प्रमेय : "जर त्रिकोणाच्या एका बाजूला समांतर असणारी रेषा इतर दोन बाजूंना भिन् बिंदूंमध्ये छेदत असेल, तर ती रेषा त्या दोन बाजूंना समान प्रमाणात विभागते."

32) कोन:(दोन त्रिकोणांसाठी) समरूपते प्रमेय (को-को-को) कोन-कोन-"जर दोन त्रिकोणांमध्ये संगत कोन समान असतील, तर त्यांच्या संगत बाजू समान प्रमाणात (किंवा गुणोत्तरात) असतात आणि म्हणून ते दोन त्रिकोण समरूप असतात."

33) कोन-कोन-कोन (को-को-को) समरूपतेचे प्रमेय (दोन त्रिकोणांसाठी)

34) PR

35) 6 सेमी

36) 6 सेमी

37) 2 सेमी

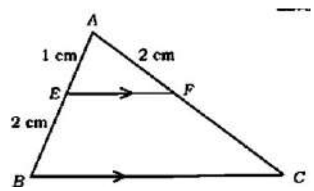
38) OS:OQ = 2 : 1

Δ POQ ~ ΔROS

$\therefore \frac{PQ}{SR} = \frac{OQ}{OS} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ OS : OQ = 2 : 1

39) $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$



$\frac{1}{2} = \frac{2}{FC}$

FC = 2 X 2 = 4

III. एक गुणांचे प्रश्न उत्तरे

40) Δ ABC आणि ACB मध्ये

$\angle$ A = $\angle$ C (समांतरभुज चौकोनाचे विरुद्ध कोन)

$\angle$ AEB = $\angle$ CBF (AF||BC, व्युत्क्रम कोन)

म्हणून, AA समरूपता कसोटीनुसार

ΔABC ~ ΔCFB

41) $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

$\frac{2.4}{3} = \frac{AE}{5}$

AE = $\frac{2.4X5}{3}$

AE = 4 सेमी

42) उभ्या खांबाची लांबी AB = 6 ,सेमी

टावरने टाकलेल्या सावलीची लांबी EF = 28 ,सेमी

टावरची उंची DE = h ,मानू h

ΔABC आणि ΔDEF मध्ये

∠C=∠F

∠B=∠E = 90°

ΔABC ~ ΔDEF (AA समरूप कसोटीनुसार)

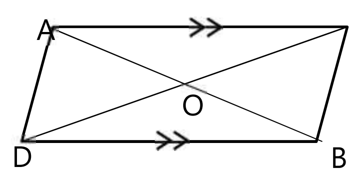
$\frac{AB}{NE} = \frac{BC}{EF}$ (समरूप त्रिकोणांच्या संगत बाजू)

$\frac{6}{h} = \frac{4}{28}$

h = $\frac{6\ x\ 28}{4}$

h = 6 x 7

टावरची उंची h = 42 सेमी



43) Δ ACO आणि Δ BDO मध्ये,

∠CAO = ∠DBO (व्युत्क्रम कोन AC || BD)

∠ACO = ∠BDO

∠AOC = ∠BOD (विरुद्ध कोन)

AA समरूपता कसोटीनुसार

म्हणून, Δ AOC ~ Δ BOD

44) △AOB आणि △DOC मध्ये

∠AOB=∠DOC आणि ∠ABO=∠ODC

∠BAO=∠OCD

∴△AOB~△DOC

∴ $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$

45) ΔABC मध्ये, DE || BC

∴ $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$ [∵थेल्स प्रमेयानुसार]

$\frac{x}{x-2} = \frac{x+2}{x-1}$

तिरकस गुणाकर करून

x(x - 1) = (x - 1)(x + 2)

x^2- x = x^2 - 4

- x = - 4

X = 4

$\frac{AD}{BD} = \frac{x}{x-2} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$

∴ AD:DB = 2:1

46) DOB ही एक सरळ रेषा आहे.

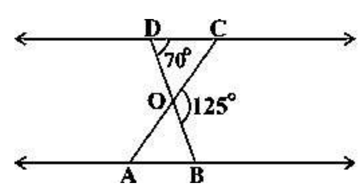
कोन DOC + कोन COB = 180°

कोन DOC = 180°-125° = 55°

ΔDOC मध्ये

कोनDCO+कोनCDO + कोन DOC == 180°

कोनDCO+70°+55° = 180°



कोनDCO= 180^{o}- 125^{o} = 55^{o}

$\therefore\Delta$ ODC ~ ΔOBA

$\therefore$ कोन OAB = 55^{o}

47) ABC हा समद्विभुज त्रिकोण आहे

AB = AC

$\angle$B= $\angle$C (समान बाजूंच्या समोरील कोन)

$\angle$ABD =$\angle$ECF

ΔABD आणि ΔECF मध्ये

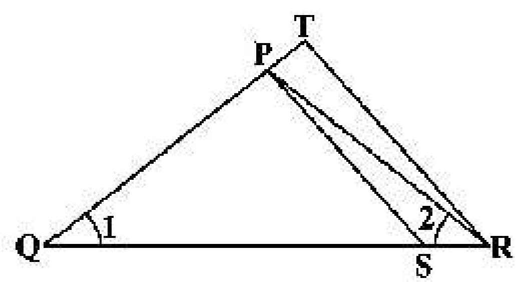
$\angle$ADB =$\angle$EFC=90O

$\therefore\angle$ABD=$\angle$ECF

AA समानतेच्या कसोटी नुसार

ΔABD~ΔECF

48) ΔPQR मध्ये



$\angle$PQR=$\angle$PRQ (दिलेले)

PQ=PR

पण

$\frac{QR}{QS}$ = $\frac{QT}{PR}$ -------- 1

समीकरण (1) वरून

$\frac{QR}{QS}$ = $\frac{QT}{PR}$-------–2

ΔPQS आणि ΔTQR मध्ये

$\frac{QR}{QS}$ = $\frac{QT}{PQ}$ (समीकरण (2) वरून)

$\angle$Q=$\angle$Q (सामाईक कोन)

$\therefore\Delta$PQS~ΔTQR

IV. तीन गुणांचे प्रश्न <u>उत्तरे</u>

49) ΔABC आणि ΔADC मध्ये

$\angle$BAC =$\angle$ADC [दिलेले]

$\angle ACB = \angle ACD$ (सामाईक कोन)

$\therefore \angle ABC = \angle DAC$

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta DAC$ [AA समरूप कसोटीनुसार]

$\frac{AC}{CD} = \frac{BC}{AC}$

$\therefore AC^2 = BC.CD$

50) ΔOAP आणि ΔOQC

$\angle OAP = \angle QCO$ (∵AB || CD व्युत्क्रम कोन)

$\angle AOP = \angle QOC$ (∵विरुद्ध कोण)

$\angle APO = \angle OQC$ (∵तिसरा कोन)

$\therefore \Delta OAP \sim \Delta OQC$ (∵को.को समरूप कसोटी)

$\frac{OA}{OC} = \frac{AP}{CQ}$

CQ = $\frac{1}{5}$ CD आणि AP = $\frac{2}{5}$ AB

$\frac{OA}{OC} = \frac{\frac{2}{5}\mathrm{AB}}{\frac{1}{5}CD}$

पण AB = CD (समांतरभुज चौकोनाचे विरुद्ध कोन)

$\frac{OA}{OC} = \frac{\frac{2}{5}\mathrm{AB}}{\frac{1}{5}CD}$

$\frac{OA}{OC} = \frac{2}{5} X \frac{5}{1}$

$\frac{OA}{OC} = 2$

$\therefore$ OA = 2OC

51)

ΔOPQ मध्ये AB||PQ

$\therefore \frac{OA}{AP} = \frac{OB}{BQ}$ … … … … (1) (∵थेल्स प्रमेयानुसार)

△ OPR , मध्ये AC || PR

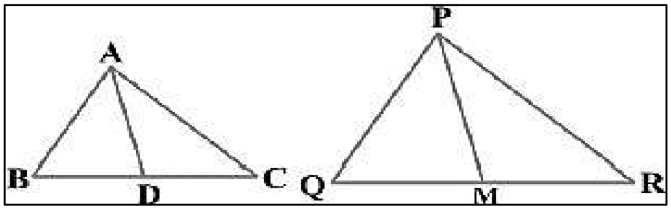
$\therefore \frac{OC}{CR} = \frac{OA}{AP}$ … … … … (2) (∵थेल्स प्रमेयानुसार)

समी (1) आणि (2) , वरून

$\frac{OB}{BQ} = \frac{OC}{CR}$

∴ BC || QR (∵थेल्स प्रमेयाचा व्यत्यास)

52)



ΔABC आणि ΔPQR मध्ये

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AD}{PM}$

साध्य: ΔABC~ ΔPQR

सिद्धता:

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC\frac{1}{2}}{QR\frac{1}{2}} = \frac{AD}{PM}$

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM} = \frac{AD}{PM}$ (D हा BC चा मध्यबिंदू आहे आणि M हा QR चा मध्यबिंदू आहे)

⟹ΔABD~ ΔPQM (को.को.को समरूप कसोटी)

∴∠ABD = ∠PQM (समरूप त्रिकोणाचे संगत कोन)

∴∠ABC = ∠PQR

आता ΔABC आणि ΔPQR मध्ये

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$

∠ABC= ∠PQR

ΔABC~ ΔPQR

53) ST || QR (∵थेल्स प्रमेयाचा व्यत्यास)

LPST = LPQR (: संगत कोन) -----(1)

LPST = LPRQ (:दिलेले) ----- (2)

⟹ LPRQ = LPQR

:PQ = PR

Δ PQR हा समद्विभुज त्रिकोण आहे

54)

"**त्रिकोणाच्या कोणत्याही एका बाजूस समांतर असणारी रेषा इतर दोन बाजूंना छेदत असेल तर ती रेषा त्या बाजूंना प्रमाणात विभागते.**

"**गृहित:** △ABC मध्ये DE∥BC

साध्य: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

रचना: BE व CD काढले आणि EN⊥AB व DM⊥AC काढले.

सिद्धता

△ADE आणि △BDE मध्ये

$\frac{\text{क्षेत्रफळ } (\triangle \text{ADE})}{\text{क्षेत्रफळ } (\triangle \text{DBE})} = \frac{\frac{1}{2}ADXEN}{\frac{1}{2}BDXEN}$-------- (△ चे क्षेत्रफळ = $\frac{1}{2}$ × पाया × उंची)

$\frac{\text{क्षेत्रफळ } (\triangle \text{ADE})}{\text{क्षेत्रफळ } (\triangle \text{DBE})} = \frac{AD}{\text{BD}}$--------1

△ADE आणि △ECD मध्ये

$\frac{\text{क्षेत्रफळ } (\triangle \text{ADE})}{\text{क्षेत्रफळ } (\triangle \text{ECD})} = \frac{\frac{1}{2}AEXDM}{\frac{1}{2}ECXDM}$-------- (△ चे क्षेत्रफळ = $\frac{1}{2}$ × पाया × उंची)

$\frac{\text{क्षेत्रफळ }(\triangle ADE)}{\text{क्षेत्रफळ }(\triangle ECD)} = \frac{AE}{EC}$--------2

पण △BDE व △DEC यांचा पाया व उंची समान आहे.BC || DE

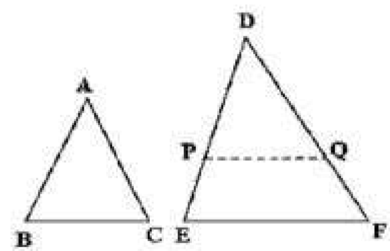
∴ क्षेत्रफळ (△BDE) = क्षेत्रफळ (△ECD) ---(iii)

विधान (i), (ii) व (iii) वरून

$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

"त्रिकोणाच्या कोणत्याही एका बाजूस समांतर असणारी रेषा इतर दोन बाजूंना छेदत असेल तर ती रेषा त्या बाजूंना प्रमाणात विभागते."

55) **"जर दोन त्रिकोणामध्ये संगत कोन समान असतील तर त्यांच्या संगत बाजू समान प्रमाणात असतात आणि म्हणून ते दोन त्रिकोण समरूप असतात.असे सिद्ध करा ".**



गृहित: △ABC आणि △DEF मध्ये ∠A=∠D ∠B=∠E ∠C=∠F

साध्य: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

रचना: AB वर G व AC वर H हे बिंदू असे घेतले की AG=DE व AH=DF होईल आणि GH काढले.

सिद्धता:

△AGH आणि △DEF मध्ये

∠A=∠D --- गृहित

AG=DE --- रचना

AH=DF --- रचना

∴△AGH≅△DEF --- बाकोबा (बाजू-कोन-बाजू) कसोटी

GH∥EF --- एकरूप

∠G=∠E त्रिकोणाचा गुणधर्म

पण ∠B=∠E --- गृहित

∠G=∠B ---गुणधर्म 1

GH∥BC --- संगत कोन कसोटी

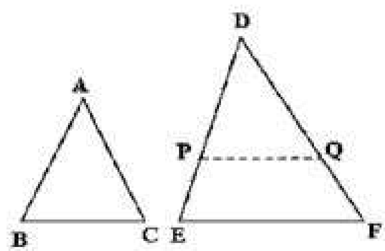
$\frac{AB}{AG} = \frac{BC}{GH} = \frac{AC}{AH}$ --- थेल्सचा उपसिद्धांत

$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

△ABC~△DEF

"जर दोन त्रिकोणामध्ये संगत कोन समान असतील तर त्यांच्या संगत बाजू समान प्रमाणात असतात आणि म्हणून ते दोन त्रिकोण समरूप असतात.

56)



गृहित: △ABC आणि △DEF मध्ये $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} =$ -----(1)

साध्य : ∠A=∠D, ∠B=∠E आणि ∠C=∠F आणि △ABC≅△DEF

रचना: DE वर P आणि DF वर Q असे बिंदू घ्या की AB=DP आणि AC=DQ होईल, नंतर PQ जोडा.

सिद्धता:

$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} \Rightarrow \frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF}$ (∴DP=AB, DQ=AC)

$\frac{DE}{DP} = \frac{DF}{DQ}$ (व्यस्त)

$\frac{DE}{DP}-1, =\frac{DF}{DQ}-1$

$\frac{DE-D}{DP} = \frac{DF-DQ}{DQ}$

$\frac{PE}{DP} = \frac{QE}{DQ}$

$\frac{DP}{PE} = \frac{DQ}{QF}$ (व्यस्त)

∴PQ∥EF (थेल्सच्या प्रमेयानुसार)

∴∠P=∠E आणि ∠Q=∠F

∴△DPQ~△DEF (को-को समरूपता कसोटी)

त्यामुळे $\frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF} = \frac{PQ}{EF}$ -----(2)

जर AB=DP, AC=DQ

तर $\frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF} = \frac{BC}{EF}$ -----(3)

(2) आणि (3) वरून

BC=PQ

△ABC आणि △DPQ मध्ये

BC=PQ, AB=DP

AC = DQ

△ABC≅△DPQ

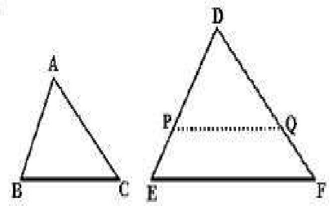
∠A=∠D, ∠B=∠P आणि ∠C=∠Q

∠A=∠D, ∠B=∠E आणि ∠C=∠F

△ABC~△DEF

57) **गृहित:** △ABC आणि △DEF मध्ये

$\angle A=\angle D$, आणि $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}$



साध्य : △ABC~△DEF

रचना: DE वर P आणि DF वर Q असे बिंदू घ्या की AB=DP आणि AC=DQ होईल, नंतर PQ जोडा.

सिद्धता:

△ABC आणि △DPQ मध्ये

AB=DP ------------------(रचना)

AC=DQ---------------- (रचना)

$\angle A=\angle D$--------------- (दिलेली माहिती)

∴△ABC≅△DPQ ------(बाकोबा - बाजू-कोन-बाजू)

∴$\angle B=\angle P$, $\angle C=\angle Q$,---- (एकरूप त्रिकोणांचे संगत कोन) -----(1)

$\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}$---- ----------(दिलेली माहिती)

$\frac{DP}{DE}=\frac{DQ}{DF}$--------------- (AB=DP आणि AC=DQ)

∴PQ∥EF ----------------(थेल्सच्या प्रमेयाचा व्यत्यास)

∴$\angle E=\angle P$,

$\angle F=\angle Q$, ---------(2)

(1) आणि (2) वरून $\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$, आणि $\angle A=\angle D$,

∴△ABC~△DEF -------00--------

युनिट ७: सहनिर्देशक भूमिती

शिकण्याचे गुण:

- ❖ कार्टेशियन प्रणाली
- ❖ दोन बिंदूंमधील अंतर: अंतर सूत्र
- ❖ विभाग सूत्र
- ❖ मध्य-बिंदू सूत्र

प्रश्नांची संख्या	सुलभ	सरासरी	कठीण
58	**27**	**21**	**10**

1. खालील प्रत्येक प्रश्नाला/ अपूर्ण विधानाला चार पर्याय दिले आहेत. योग्य पर्याय निवडा आणि त्याच्या वर्णमालेच्या अक्षरासह संपूर्ण उत्तर लिहा. (१ मार्क)

1. X - अक्षावर असलेल्या बिंदूचे निर्देशांक असे आहेत, [Easy]

   A)(x , 0) B) (y , 0) C) (0, x) D) (0 , y)

2. Y - अक्षावर असलेल्या बिंदूचे निर्देशांक असे आहेत, [Easy]

   A)(x , 0) B) (y , 0) C) (0, x) D) (0 , y)

3. Y - अक्षापासून बिंदू A (२, ५) चे लंब अंतर आहे, [Easy]

   A) 2 युनिट्स B) 5 युनिट्स C) 7 युनिट्स D) 3 युनिट्स

4. X - अक्षापासून A (३, -४),बिंदूचे अंतर [Easy]

   A) 3 युनिट्स B) 5 युनिट्स C) 4 युनिट्स D) -4युनिट्स

5. आरंभ बिंदू निर्देशांक असे आहेत, [MQP 2018/2019:Easy]

   A) (1, 1) B) (2, 2)C) (0, 0) D) (3, 3)

6. आरंभ बिंदू O (०,०)आणि बिंदू P (a, b) चे अंतर असे आहे,

[April 2018, July 2022:Easy]

A) $a^2 + b^2$ B) $\sqrt{a^2 - b^2}$ C) $\sqrt{a + b}$ D) $\sqrt{a^2 + b^2}$

7. आरंभ बिंदू आणि P (x, y) बिंदूचे अंतर असे आहे [June 2019, March 2025, May 2025:Easy]

A) $\sqrt{x^2 - y^2}$ B) $\sqrt{x + y}$ C) $\sqrt{x^2 + y^2}$ D) $\sqrt{x - y}$

8. A(5, K) आणि B (१, ०) या बिंदूंमधील अंतर ५ एकके आहे. K'चे मूल्य असे आहे,

A) ± 3 B) - 3 C) - 2 D) ± 4 [Average]

9. बिंदू A(२, ३) आणि B(४, ७) यांना जोडणाऱ्या रेषा खंडाच्या मध्यबिंदूचे निर्देशांक असे आहेत,

A)(-3, 5) B) (1, 2) C) (3, 5) D) (6, 10)

10 बिंदू A(-4, २) आणि B(-2, ६) यांना जोडणाऱ्या रेषा खंडाच्या मध्यबिंदूचे निर्देशांक असे आहेत,

[MQP-3, 2025: Easy]

A)(3, 2) B) (-3, 4) C) (-2, 3) D) (-4, 1)

11 A (-5, 3) आणि B (8, 9) या बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषा खंडाच्या मध्यबिंदूचे निर्देशांक जर P(X/2, 4) असतील तर 'X'चे 2 मूल्य आहे,

[Average]

B) 13 B) 3 C) - 2 D) – 3

12 A (x_1, y_1) आणि B (x_2, y_2) या बिंदूंमधील अंतर,

[MODE PAPER-4:2025: Easy]

A) $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ B) $\sqrt{(x_2 + x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2}$

C) $\sqrt{(x_1 + x_2) + (y_2 + y_1)}$ D) $\sqrt{x^2 + y^2}$

13 आरंभ बिंदू आणि (-३, ४) बिंदूचे अंतर असे आहे,
[Easy]

A) 7 B) 1 C) 5 D) -5

14 खालील प्रमाणे X - अक्षावरील एक बिंदू म्हणजे,
[Easy]

A) (-2, 0) B) (0, 2) C) (3, 3) D) (0, -2)

1. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (१ मार्क)

15. आरंभ बिंदू (0,0) आणि (-3, 5) मधील अंतर शोधा.
[सोपे][मॉडेल पेपर-1:2025: सोपा]

16. आरंभ बिंदू आणि(6, 8) बिंदू मध्ये अंतर शोधा.

17. A (x_1, y_1) आणि B (x_2, y_2) या बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषा विभागाच्या मध्यबिंदूचे निर्देशांक लिहा. [एप्रिल-२०२०, एमक्यूपी -२ : २०२४/२५ : सोपे]

18. A(5, 4) आणि B (1, 4) बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषा दुभाजक बिंदूचे निर्देशांक शोधा
[MODEL PAPER-4: 2025: Easy]

19. बिंदू (2, 3) आणि (4, 3) यांना जोडणाऱ्या रेषा दुभाजक बिंदूचे निर्देशांक शोधा
(ऑक्टोबर-२०२४:सोपे)

20. मध्यबिंदू सूत्राचा वापर करून बिंदू P(3, 4) आणि Q (5, 6) यांना जोडणाऱ्या रेषा दुभाजक बिंदूचे निर्देशांक शोधा. [एप्रिल २०२२:सोपे]

21. बिंदू (6, 3) आणि (4, y) यांना जोडणाऱ्या रेषा खंडाचा मध्यबिंदू (5, 5) असेल तर 'Y' चे. मूल्य शोधा

22. बिंदू A (x1, y1) आणि B (x 2, y 2) ला जोडणार् या रेषा ला m 1: m 2 गुणोत्तरात विभाग करते तर P बिंदू चे निर्देशांक लिहा सोपे]

23. बिंदू A (x1, y1) आणि B (x 2, y 2) ला जोडणार् या रेषा विभागाचे विभाजन
1: 1 गुणोत्तरात करते तर P बिंदू चे निर्देशांक लिहा जे बिंदू [सोपे]

III.खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (२ गुण)

24. अंतर सूत्र वापरून P(2, 3) आणि Q (4, 1) बिंदूंमधील अंतर शोधा [जून २०१९, जुलै २०२२, सोपे]
25. अंतर सूत्र वापरून P (2, 4) आणि Q (8, 12) बिंदूंमधील अंतर शोधा.

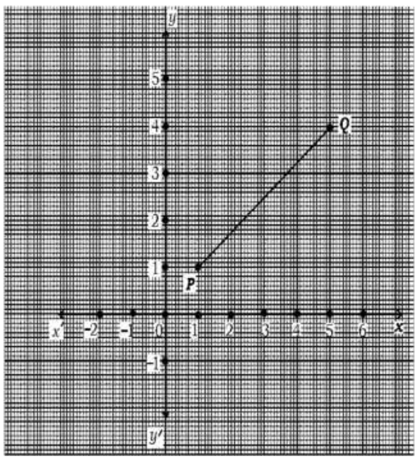
[जून-२०१८ : सोपे]

26. अंतर सूत्र वापरून P (5, 6) आणि Q (1, 3) बिंदूंमधील अंतर शोधा. [एमक्यूपी-2025:सोपे]
27. अंतर सूत्र वापरून बिंदू (-5, 7) आणि (-1, 3) मधील अंतर शोधा. [एप्रिल -२०२०, ऑक्टोबर-२०२४ : सोपे]
28. अंतर सूत्र वापरून A (2, 6) आणि B (5, 10) या बिंदूंमधील अंतर शोधा. [April-2022:Easy]
29. A (5, -7) आणि B(1, -3) या बिंदूंमधील अंतर शोधा. [सोपे]
30. जर P (2, -3) आणि Q (10, y) या बिंदूंमधील अंतर 10 एकके असेल तर 'Y'चे मूल्य शोधा.

[सरासरी]

31. बिंदू (3, 1) व (0, x) यांच्यातील अंतर 5 एकके असेल तर 'X'चे मूल्य शोधा. [एमक्यूपी-2025:सरासरी]
32. दिलेल्या आलेखातून बिंदू P आणि Q चे निर्देशांक शोधा आणि अंतर सूत्र वापरुन PQची लांबी शोधा.

[APRIL-2024 : Easy]



33. बिंदू (-4, 6) हा बिंदू (-6, 10) आणि (3, -8) या बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषा ला कोणत्या गुणोत्तरात विभागतो हे गुणोत्तर शोधा.

[जुलै-२०२२ : सरासरी]

34. बिंदू (4, -3) आणि (8, 5) यांना आंतरिकरीत्या जोडणाऱ्या रेषा खंडाची विभागणी 3 : 1 या गुणोत्तरात करणार् या P बिंदूचे निर्देशांक शोधा. [मार्च-२०१९, एप्रिल- १ : २०२४, जून- २ : २०२४ सरासरी]

35. बिंदू (-1, 7) आणि (4, -3) यांना आंतरिकरित्या जोडणाऱ्या रेषा विभागाचे विभाजन 2 : 3 गुणोत्तरात करणार् या P बिंदूचे निर्देशांक शोधा. [मार्च - २०२३, मार्च - १ : २०२५ : ऑगस्ट-३ : २०२४, सरासरी]

36. बिंदू (1, 6) आणि (4, 3) यांना जोडणार् या रेषा विभागाचे अंतर्गत 1 : 2 गुणोत्तरात विभाजन करणार्या P बिंदूचे निर्देशांक शोधा [एप्रिल -२०२०, मॉडेल पेपर ३:२०२५, सरासरी]

37. बिंदू (1, -3) आणि (8, 5) यांना 3 : 1 या गुणोत्तरात अंतर्गत जोडणार् या रेषा विभागाचे विभाजन करणार्या P बिंदूचे निर्देशांक शोधा.

[मॉडेल पेपर:2025, सरासरी]

38. बिंदू A चे निर्देशांक शोधा, जेथे AB एका वर्तुळाचा व्यास आहे ज्याचे केंद्र A (2, - 3) आणि B(1, 4) आहे.

[Average]

39. A (2, 4) व B (2, 8) हे वर्तुळाच्या व्यासाच्या AB चे शेवटचे बिंदू आहेत तर . वर्तुळाच्या केंद्राचे निर्देशांक शोधा.

[मे २०२५: सरासरी]

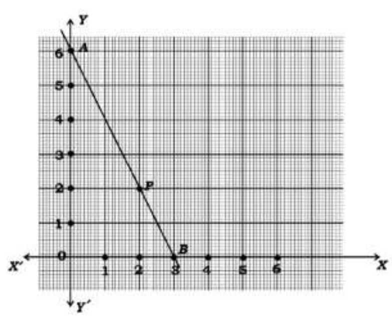
40. केंद्र (-7, 1) असलेले वर्तुळ एका बिंदूतून (-5, 4) जात असते. वर्तुळाची त्रिज्या शोधा.

[मॉडेल पेपर-2025: सरासरी]

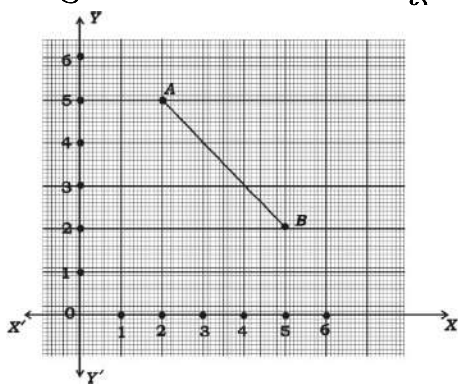
IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (३ गुण)

41. सूत्राचा वापर करून दिलेल्या आलेखातील रेषा विभाग 'AB' बिंदू 'P' कोणत्या गुणोत्तरात विभागतो ते शोधा.

[मॉडेल पेपर-२०२५:सरासरी]



42. आकृतीमध्ये, रेषा 'AB ला जर गुणोत्तर १/२ विभागलेल्या बिंदूचे निर्देशांक विभाजन सूत्र वापरून शोधा



[मॉडेल पेपर-२०२५:सरासरी]

43. A (१, ५), B (२, ४) आणि K (९, -३) हे बिंदू समान अंतर वर आहेत म्हणून. सूत्राचा वापर करून हे सिद्ध करा.

[सरासरी]

44. A (7, -2), B (5, 1) आणि K (3, 4) हे बिंदू अंतर सूत्राचा वापर करून समान अंतर वर आहेत की नाही याची पडताळणी करा.

[सरासरी]

45. बिंदू (5, -2) (6, 4) आणि (7, -2) समद्विभुज त्रिकोण चे शिरोबिंदू आहेत की नाही याची पडताळणी करा.

46. शिरोबिंदू A (८, -४), B (९, ५) आणि K (०, ४) आहेत. तो समभुज त्रिकोण आहे हे दाखवा.

[सप्टेंबर-२०२०:सरासरी]

47. A (x, ०) आणि B (०, y) या बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषा खंडाचा मध्यबिंदू (४, ३) आहे. ABची लांबी शोधा.

(March-2023:Difficult)

48. बिंदू (4, -1) आणि (-2, -3) यांना जोडणार् या रेषा ला विभागाऱ्या त्रिखंडबिंदूचे निर्देशांक शोधा.

(अवघड)

49. बिंदू (2, -2) आणि (-7, 4) यांना जोडणार् रेषा ला विभागाऱ्या त्रिविभागाच्या बिंदूचे निर्देशांक शोधा.

(मॉडेल पेपर-२०२५ : अवघड)

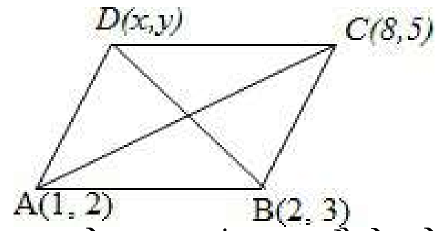
50. A (१, – ५) आणि B (– ४, ५) यांना जोडणारा रेषा ला X-अक्षाने विभागलेला गुणोत्तर शोधा. तसेच विभाजनाच्या बिंदूचे निर्देशांक शोधा.

[सरासरी]

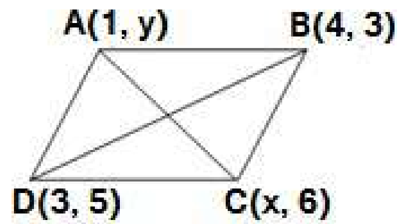
51. X आणि Y यांच्यातील संबंध असा शोधा की बिंदू (x, y), पासून बिंदू (3, 6) आणि (– 3, 4) समान अंतर वर असेल.

52. बिंदू P(x,y) हा बिंदू A(7,1) आणि B(3,5) पासून समान अंतरावर आहे. P आणि A आणि B हे तीन बिंदू एकरेषीय (collinear) असतील तर बिंदू P चे निर्देशांक शोधा.

53. एका समांतरभुज चौकोनाच्या तीन शिरोबिंदूंचे (vertices) निर्देशांक A(1, 2), B(2, 3) आणि C(8, 5) आहेत. तर चौथ्या शिरोबिंदूचे निर्देशांक शोधा.



54. जर A(1, y), B(4, 3), C(x, 6) आणि D(3, 5) हे एका समांतरभुज चौकोनाचे क्रमागत शिरोबिंदू असतील, तर 'x' आणि 'y' ची किंमत शोधा.

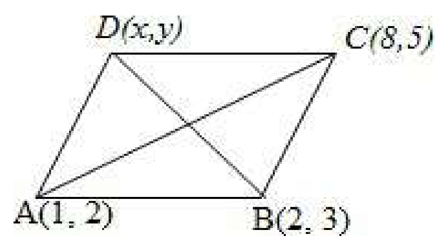


55. (x, y) A (7, 1) आणि B (3, 5) बिंदूंपासून समान अंतर आहे. तर X आणि Y मधील संबंध शोधा आणि . A, P आणि B हे बिंदू एक रेषीय असतील तर 'P' बिंदूचे निर्देशांक शोधा.

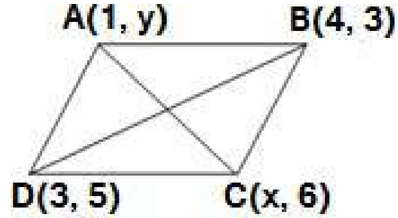
[मॉडेल पेपर-२०२५:अवघड]

56. समांतर भुज चौकोन चे तीन शिरोबिंदू चे निर्देशांक A (१, २), B (२, ३) आणि K(८, ५) आहेत. तर चौथ्या शिरोबिंदूचे निर्देशांक शोधा.

[अवघड]



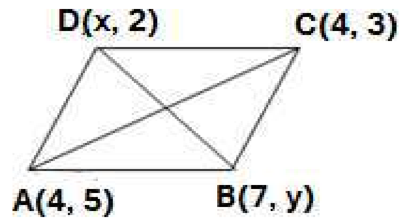
57. A (१, Y), B(४, ३), K (x, ६) व ड (३, ५) हे समांतर भुज चौकोन चे सलग शिरोबिंदू असतील, तर 'X' व 'Y' यांची किंमत शोधा.



[मार्च २०२५:अवघड]

58. A (४, ५), B (७, Y), C (४, ३) आणि D (x, २) हे समांतर भुज चौकोन चे शिरोबिंदू असतील, तर X व Y यांची किंमत शोधा.

[मॉडेल पेपर-२०२५:अवघड



यूनिट :07 सहनिर्देशक भुमिती

I. बहुपर्यायी प्रश्न

1. A) (x,0)
2. D) (0,y)
3. A) 2 युनिट्स
4. D) -4 युनिट्स
5. C) (0,0)
6. D) a2+b2
7. C) x2+y2

8) C) ±3

9) C) (3,5)

10) B) (−3,4)

11) B) 3

12) A) (x2−x1)2+(y2−y1)2

13) D) -5

14) D) (−2,0)

II. एक मार्काचे प्रश्न:

15) P (−3,5)=(x,y)

$OP^2 = x^2+y^2$

$OP^2 = (-3)^2+5^2$

$OP^2 = 9+25$

=34 युनिट्स

OP=$\sqrt{34}$ युनिट्स

16) P (6,8)=(x,y)

OP^2 =x2+y2

OP^2 =62+82

$OP^2=36+64$

$OP^2=100$

OP=10 युनिट्स

17) $P(x, y) = \left[\frac{X_1+X_2}{2} + \frac{Y_1+Y_2}{2}\right]$

18) $(5,4)=(x_1,y_1)$, $(1,4)=(x_2,y_2)$

$P(x, y) = \left[\frac{X_1+X_2}{2} , \frac{Y_1+Y_2}{2}\right]$

$P(x, y) = \left[\frac{5+1}{2} , \frac{4+4}{2}\right]$

$P(x, y) = \left[\frac{6}{2} , \frac{8}{2}\right]$

$P(x, y) = [3 , 4]$

19) $(2,3) = (x_1,y_1)$, $(4,3) = (x_2,y_2)$

$$P(x, y) = \left[\frac{X_1+X_2}{2} , \frac{Y_1+Y_2}{2}\right]$$

$$P(x, y) = \left[\frac{2+4}{2} , \frac{3+3}{2}\right]$$

$$P(x, y) = \left[\frac{6}{2} , \frac{6}{2}\right]$$

$$P(x, y) = [3 , 3]$$

20) $(3 ,4) = (x_1,y_1)$, $(5 ,6) = (x_2,y_2)$

$$P(x, y) = \left[\frac{X_1+X_2}{2} , \frac{Y_1+Y_2}{2}\right]$$

$$P(x, y) = \left[\frac{3+5}{2} , \frac{4+6}{2}\right]$$

$$P(x, y) = \left[\frac{8}{2} , \frac{10}{2}\right]$$

$$P(x, y) = [4 , 5]$$

21) $(6,3) = (x_1,y_1)$, $(4,y) = (x_2,y_2)$ $P (x, y) = (5 , 5)$

$$P(x, y) = \left[\frac{X_1+X_2}{2} , \frac{Y_1+Y_2}{2}\right]$$

$$P(5, 5) = \left[\frac{6+4}{2} , \frac{3+y}{2}\right]$$

$$P(5, 5) = \left[\frac{10}{2} , \frac{3+y}{2}\right]$$

$$P(5 ,5) = \left[5 , \frac{3+y}{2}\right]$$

$10 = 3+y$

$\therefore y = 10-3$

$\therefore y = 7$

22) $P(x, y) = \frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}$, $\frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}$

23) $P(x, y) = \left[\frac{X_1+X_2}{2} , \frac{Y_1+Y_2}{2}\right]$

III. दोन मार्कांचे प्रश्न:

24) $P(2,3) = (x_1,y_1)$, $Q(4,1) = (x_2,y_2)$

$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

$PQ = \sqrt{(4-2)^2 + (1-3)^2}$

$PQ = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2}$

$PQ = \sqrt{(4) + (4)}$

$PQ = \sqrt{(8)}$

$PQ = 2\sqrt{2}$

$PQ = 2\sqrt{2}$ युनिट्स

25) $P(2,4) = (x_1,y_1)$, $Q(8,12) = (x_2,y_2)$

PQ $=\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

PQ $=\sqrt{(8-2)^2 + (12-4)^2}$

PQ $=\sqrt{(6)^2 + (8)^2}$

PQ $=\sqrt{(36) + (64)}$

PQ $=\sqrt{(100}$

PQ = 10 युनिट्स

26) P(5,6) = (x_1,y_1), Q(1,3) = (x_2,y_2)

PQ $=\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

PQ $=\sqrt{(1-5)^2 + (3-6)^2}$

PQ $=\sqrt{(-4)^2 + (-3)^2}$

PQ $=\sqrt{(16+9)}$

PQ $=\sqrt{(25)}$

PQ = 5 युनिट्स

27) P(-5,7) = (x_1,y_1), Q(-1,3) = (x_2,y_2)

PQ $=\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

PQ $=\sqrt{(-1-(-5))^2 + (3-7)^2}$

PQ =$\sqrt{(4)^2 + (-4)^2}$

PQ =$\sqrt{(16 + 32)}$

PQ =$\sqrt{(48)}$

PQ =$4\sqrt{2}$ युनिट्स

28) P(2,6) = (x_1,y_1), Q(5 ,10) = (x_2,y_2)

PQ =$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

PQ =$\sqrt{(5 - 2)^2 + (10 - 6)^2}$

PQ =$\sqrt{(3)^2 + (4)^2}$

PQ =$\sqrt{(9 + 16)}$

PQ =$\sqrt{(25)}$

PQ = 5 युनिट्स

29) P(5,-7) = (x_1,y_1), Q(1 ,-3) = (x_2,y_2)

PQ =$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

PQ =$\sqrt{(1 - 5)^2 + (-3 - (-7))^2}$

PQ =$\sqrt{(4)^2 + (4)^2}$

PQ =$\sqrt{(16 + 16)}$

PQ =$\sqrt{(32)}$

PQ = $4\sqrt{2}$ युनिट्स

30) P(2, -3) = (x_1,y_1), Q(10, y) =(x_2,y_2) PQ मधील अंतर =10 युनिट्स, तर y = ?

PQ =$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

PQ =$\sqrt{(10-2)^2 + (y-(-3))^2}$

10 =$\sqrt{(8)^2 + (y+3)^2}$

10 =$\sqrt{64 + (y+3)^2}$ (दोन्ही बाजुचा वर्ग करुन)

100=64 +$(y+3)^2$

$(y+3)^2$=100 – 64

$(y+3)^2$=36

y + 3 = $\mp\sqrt{36}$

y + 3 = ∓ 6

y = ∓ 6 – 3

y = −6 – 3 किंवा y = +6 – 3

y = -9 युनिट्स किंवा y = 3 युनिट्स

31) P(3, 1) = (x_1,y_1), Q(0 ,x) =(x_2,y_2) PQ मधील अंतर =5 युनिट्स, तर x = ?

PQ =$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

PQ =$\sqrt{(0-3)^2 + (x-1))^2}$

5 =$\sqrt{(-3)^2 + (x-1)^2}$

5 =$\sqrt{9 + (x-1)^2}$ (दोन्ही बाजुचा वर्ग करुन)

$(5)^2$= 9 +$(x-1)^2$

$(x-1)^2$=25 – 9

$(x-1)^2$=16

$x-1$= $\mp\sqrt{16}$

$x-1$ = ∓4

x = ∓4 +1

x = −4 +1 किंवा x = +4+1

x = -3 युनिट्स किंवा x = 5 युनिट्स

32)) P(1,1) = (x_1,y_1), Q(5 ,4) = (x_2,y_2)

PQ =$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_1-y_1)^2}$

PQ =$\sqrt{(5-1)^2+(4-1)^2}$

PQ =$\sqrt{(4)^2+(3)^2}$

PQ =$\sqrt{16+9)}$

PQ =$\sqrt{(25)}$

PQ = 5 युनिट्स

33) A(-6 , 10) = (x_1,y_1), B (3 , -8) = (x_2,y_2) P(-4 , 6) =(x , y) $m_1 : m_2$ =?

P(x, y)= $\left[\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2} \ , \ \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right]$

(-4 , 6) =$\left[\frac{m_1(3)+m_2(-6)}{m_1+m_2} \ , \ \frac{m_1(-8)+m_2(10)}{m_1+m_2}\right]$

$(-4, 6) = \left[\frac{3m_1 - 6m_2}{m_1 + m_2}, \frac{-8m_1 + 10m_2}{m_1 + m_2}\right]$

$-4 = \frac{3m_1 - 6m_2}{m_1 + m_2}$ किंवा $6 = \frac{-8m_1 + 10m_2}{m_1 + m_2}$

$-4(m_1 + m_2) = 3m_1 - 6m_2$

$4m_1 - 3m_1 = 6m_2 - 4m_2$

$-74m_1 = -2m_2$

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{-2}{-7} = \frac{2}{7}$

$m_1 : m_2 = 2 : 7$

34) A(4 , -3) = (x_1, y_1), B (8 , 5) = (x_2, y_2) P(x , y)=? $m_1 : m_2 = 3 : 1$

$P(x, y) = \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right]$

$P(x, y) = \left[\frac{3(8) + 1(4)}{3 + 1}, \frac{3(5) + 1(-3)}{3 + 1}\right]$

$P(x, y) = \left[\frac{24 + 4}{4}, \frac{15 - 3}{4}\right]$

$P(x, y) = \left[\frac{28}{4}, \frac{12}{4}\right]$

P(x, y) = (7 , 3)

35) A(-1 , 7) = (x_1, y_1), B (4 , -3) = (x_2, y_2) P(x , y)=? $m_1 : m_2 = 2 : 3$

$P(x, y) = \left[\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right]$

$P(x, y) = \left[\frac{2(4) + 3(-1)}{2 + 3}, \frac{2(-3) + 3(7)}{2 + 3}\right]$

$P(x, y)=\left[\frac{8-3}{5}\ ,\ \frac{-6+21}{5}\right]$

$P(x, y)=\left[\frac{5}{5}\ ,\ \frac{15}{5}\right]$

P(x, y) = (1 , 3)

36) A(1 , 6) = (x_1,y_1), B (4 , 3) = (x_2,y_2) P(x , y)=? $m_1 : m_2 = 1 : 2$

$P(x, y)=\left[\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}\ ,\ \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right]$

$P(x, y)=\left[\frac{1(4)+2(1)}{1+2}\ ,\ \frac{1(3)+2(6)}{1+2}\right]$

$P(x, y)=\left[\frac{4+2}{3}\ ,\ \frac{3+12}{3}\right]$

$P(x, y)=\left[\frac{6}{3}\ ,\ \frac{15}{3}\right]$

P(x, y) = (2 , 5)

37) A(1 , -3) = (x_1,y_1), B (8 , 5) = (x_2,y_2) P(x , y)=? $m_1 : m_2 = 3 : 1$

$P(x, y)=\left[\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}\ ,\ \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right]$

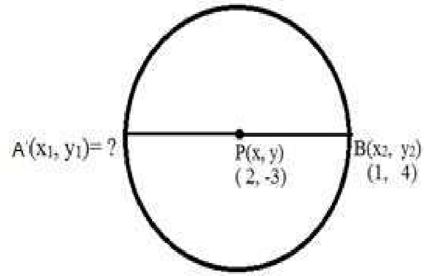
$P(x, y)=\left[\frac{3(8)+1(1)}{3+1}\ ,\ \frac{3(5)+1(-3)}{3+1}\right]$

$P(x, y)=\left[\frac{24+1}{4}\ ,\ \frac{15-3}{4}\right]$

$P(x, y)=\left[\frac{25}{4}\ ,\ \frac{12}{4}\right]$

$P(x, y) = (\frac{25}{4} , 3)$

38) वर्तुळाचे केंद्र हे व्यासाचा मध्यबिंदू आहे.



$B(x_2,y_2) = (1 , 4)$, $P(x , y)= (2 , -3)$, $A (x_1,y_1) =$?

$P(x, y) = \left[\frac{X_1+X_2}{2} , \frac{Y_1+Y_2}{2}\right]$

$P(2, -3) = \left[\frac{X_1+1}{2} , \frac{Y_1+4}{2}\right]$

$2 = \frac{X_1+1}{2}$ $-3 = \frac{Y_1+4}{2}$

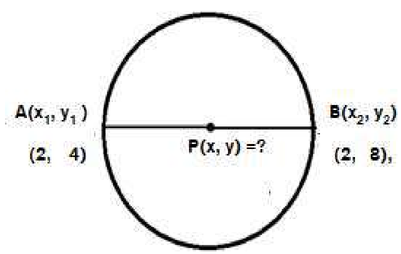
$X_1 + 1 = 4$ $Y_1 + 4 = -6$

$X_1 = 4-1$ $Y_1 = -6-4$

$X_1 = 3$ $Y_1 = -10$

∴ बिंदू A चे निर्देशक आहेत (3,−10)

39) वर्तुळाचे केंद्र हे व्यासाचा मध्यबिंदू आहे.



A(x1,y1)=(2,4), B(x2,y2)=(2,8), P(x,y)=?

$P(x, y) = \left[\frac{X_1+X_2}{2} , \frac{Y_1+Y_2}{2}\right]$

$P (x, y) = \left[\frac{2+2}{2} , \frac{8+4}{2}\right]$

$P (x, y) = \left[\frac{4}{2} , \frac{12}{2}\right]$

P (x, y) = [2,6]

∴ मध्यबिंदू P(x,y) चे निर्देशक आहेत (2,6)

40) O(x1,y1)=(−5,4), A(x2,y2)=(−7,1).

$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

$PQ = \sqrt{(-7-(-5)^2+(1-4)^2}$

$PQ = \sqrt{(-7+5)^2+(-3)^2}$

$PQ = \sqrt{(-2)^2+(-3)^2}$

$PQ = \sqrt{(4+9)}$

$PQ = \sqrt{13}$ एकके

IV. Three Marks Questions:

41) बिंदू A चे निर्देशक A=(0,6)=(x_1,y_1),

बिंदू B चे निर्देशक B=(3,0)=(x_2,y_2).

बिंदू P चे निर्देशक P=(2,2)=(x,y).   m1:m2=?

$P(x, y) = \left[\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2} , \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right]$

$P(2, 2) = \left[\frac{m_1(3)+m_2(0)}{m_1+m_2} , \frac{m_1(0)+m_2(6)}{m_1+m_2}\right]$

$P(2, 2) = \left[\frac{3m_1+0}{m_1+m_2} , \frac{0+6m_2}{m_1+m_2}\right]$

$(2, 2) = \left[\frac{3m_1}{m_1+m_2} , \frac{6m_2}{m_1+m_2}\right]$

$2 = \frac{3m_1}{m_1+m_2}$ किंवा $2 = \frac{6m_2}{m_1+m_2}$

$2(m_1+m_2) = 3m_1$ किंवा $2(m_1+m_2) = 6m_2$

$2m_2 = 3m_1 - 2m_1$ किंवा $2m_1 = 6m_2 - 2m_1$

$2m_2 = m_1$ किंवा $2m_1 = 4m_2$

$\frac{2}{1}=\frac{m_1}{m_2}$ किंवा $\frac{4}{2}=\frac{m_1}{m_2}$

$m_1 : m_2 = 2:1$

42) A(2 , 5) = (x_1,y_1), B (5 , 2) = (x_2,y_2) P(x , y)=? $m_1 : m_2 = 1 : 2$

P(x, y)= $\left[\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2} \ , \ \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right]$

P(x, y)=$\left[\frac{1(5)+2(2)}{1+2} \ , \ \frac{1(2)+2(5)}{1+2}\right]$

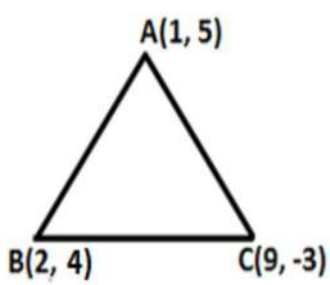
P(x, y)=$\left[\frac{5+4}{3} \ , \ \frac{2+10}{3}\right]$

P(x, y)=$\left[\frac{9}{3} \ , \ \frac{12}{3}\right]$

P(x, y)=(3,4)

43) बिंदू AB मधील अंतर:

AB=$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$



A(1,5)=(x_1,y_1), B(2,4)=(x_2,y_2)

AB =$\sqrt{(2-1)^2 + (4-5)^2}$

AB =$\sqrt{(1)^2 + (-1)^2}$

AB =$\sqrt{(1+1)}$

AB =$\sqrt{2}$

AB =$\sqrt{2}$ एकके

AB=1.414 एकके

BC मधील अंतर: =$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

B(2,3)=(x_1,y_1), C(9 ,-3)= (x_2,y_2)

BC=$\sqrt{(9-2)^2 + (-3-4)^2}$

BC =$\sqrt{(7)^2 + (-7)^2}$

BC =$\sqrt{(49+49)}$

BC =$\sqrt{98}$

BC =7$\sqrt{2}$ एकके

BC =9.899 एकके

AC मधील अंतर: =$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

A(1 ,5)=(x_1,y_1), C(9 ,-3)= (x_2,y_2)

BC=$\sqrt{(9-1)^2 + (-3-5)^2}$

BC =$\sqrt{(-8)^2 + (-8)^2}$

BC =$\sqrt{(64+64)}$

BC =$\sqrt{128}$

BC =8$\sqrt{2}$ एकके

BC =11.313 एकके

1.414+9.899=11.313

11.313=11.313

AB+BC=AC ∴ दिलेले बिंदू एकरेषीय)collinear) आहेत.

44)) बिंदू AB मधील अंतर:

AB=$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

A(7,-2)=(x_1,y_1), B(5,1)=(x_2,y_2)

AB =$\sqrt{(5-7)^2 + (1-(-2))^2}$

AB =$\sqrt{(2)^2 + (1+2)^2}$

AB =$\sqrt{(4+9)}$

AB =$\sqrt{13}$

AB=3.605 एकके

BC मधील अंतर: =$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

B(5,1)=(x_1,y_1), C(3 ,4)= (x_2,y_2)

BC=$\sqrt{(3-5)^2 + (4-1)^2}$

BC =$\sqrt{(-2)^2 + (-3)^2}$

BC =$\sqrt{(4+9)}$

BC =$\sqrt{13}$

BC =3.605 एकके

AC मधील अंतर: =$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

A(7 ,-2)=(x_1,y_1), C(3 ,4)= (x_2,y_2)

BC=$\sqrt{(3-7)^2 + (4-(-2))^2}$

BC =$\sqrt{(-4)^2 + (4+2)^2}$

BC =$\sqrt{(16+36)}$

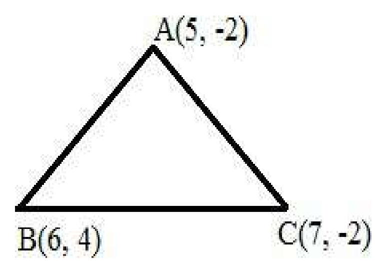
BC =$\sqrt{52}$

BC =7.211 एकके

AB+BC=3.605+3.605=7.21 AC=7.21 AB+BC=AC

∴ दिलेले बिंदू एकरेषीय)collinear) आहेत.

45) बिंदू AB मधील अंतर:



AB=$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

A(5,-2)=(x_1,y_1), B(6,4)=(x_2,y_2)

AB =$\sqrt{(6-5)^2 + (4-(-1))^2}$

AB =$\sqrt{(1)^2 + (4+12}$

AB =$\sqrt{(1+25)}$

AB =$\sqrt{37}$

BC मधील अंतर: =$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

B(6,4)=(x_1,y_1),   C(7 ,-2)= (x_2,y_2)

BC=$\sqrt{(7-6)^2+(-2-4)^2}$

BC =$\sqrt{(-1)^2+(-6)^2}$

BC =$\sqrt{(1+36)}$

BC =$\sqrt{37}$

AC मधील अंतर: =$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_1-y_1)^2}$

A(7 ,-2)=(x_1,y_1),   C(5 ,-2)= (x_2,y_2)

AC =$\sqrt{(7-5)^2+(-2-(-2))^2}$

AC =$\sqrt{(2)^2+(-2+2)^2}$

AC =$\sqrt{(4+0)}$

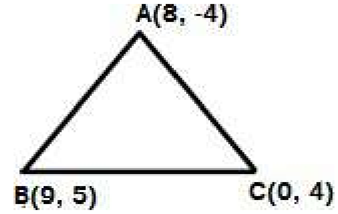
AC = 2

AC =2 एकके

AB=BC=$\sqrt{37}$ AC= 2

∴ दिलेले बिंदू समद्विभुज त्रिकोणाचे)isosceles triangle) शिरोबिंदू आहेत.

46) बिंदू AB मधील अंतर:



AB=$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_1-y_1)^2}$

A(8,-4)=(x_1,y_1), B(9,5)=(x_2,y_2)

AB =$\sqrt{(9-8)^2+(5-(-4))^2}$

AB $=\sqrt{(1)^2+(5+4))^2}$

AB $=\sqrt{(1+81)}$

AB $=\sqrt{82}$

BC मधील अंतर: $=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_1-y_1)^2}$

B(9 ,5)=(x_1,y_1), C(0 , 4)= (x_2,y_2)

BC$=\sqrt{(0-9)^2+(4-5)^2}$

BC $=\sqrt{(-9)^2+(-1)^2}$

BC $=\sqrt{(81+1)}$

BC $=\sqrt{82}$

AC मधील अंतर: $=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_1-y_1)^2}$

C(0 ,4)=(x_1,y_1), A(8 ,-4)= (x_2,y_2)

AC $=\sqrt{(8-0)^2+(-4-(-4))^2}$

AC $=\sqrt{(8)^2+(0)^2}$

AC $=\sqrt{(64+0)}$

AC = 8

AB=BC=$\sqrt{82}$ AC= 8

∴ दिलेले बिंदू समद्विभुज त्रिकोणाचे)isosceles triangle) शिरोबिंदू आहेत.

47) A(x,0)=(x_1,y_1) , B(0,y)=(x_2,y_2), (4,3)=(x,y)

$$X = \frac{X_1 + X_2}{2}, \qquad Y = \frac{Y_1 + Y_2}{2}$$

$4 = \frac{x+0}{2}$ $\qquad$ $3 = \frac{0+y}{2}$

X=8 $\qquad$ y=6

A(8,0)=(x_1,y_1), $\qquad$ B(0,0)=(x_2,y_2)

AB=$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

AB =$\sqrt{(0-8)^2 + (6-0)^2}$

AB =$\sqrt{(8)^2 + (6))^2}$

AB =$\sqrt{(64+36)}$

AB =$\sqrt{100}$

AB=10 एकके

48)



A(−4,1), B(−2,−3) P आणि Q हे AB चे त्रिखंडन बिंदू आहेत. ∴AP=PQ=QB

बिंदू P हा AB ला 1:2 या प्रमाणात आतून विभाजित करतो.

A(−4,1)=(x1,y1), B(2,−3)=(x2,y2) m1:m2=1:2, P(x,y)=?

P(x, y)= $\left[\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2} \ , \ \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right]$

$P(x, y) = \left[\frac{1(-2)+2(4)}{1+2} \ , \ \frac{1(-3)+2(-1)}{1+2}\right]$

$P(x, y) = \left[\frac{-2+8}{3} \ , \ \frac{-3-2}{3}\right]$

$P(x, y) = \left[\frac{6}{3} \ , \ \frac{-5}{3}\right]$

$P(x, y) = (2, \frac{-5}{3} \ )$

बिंदू Q हा AB ला 2:1 या प्रमाणात आतून विभाजित करतो. m1:m2=2:1 P(x,y)=?

$P(x, y) = \left[\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2} \ , \ \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right]$

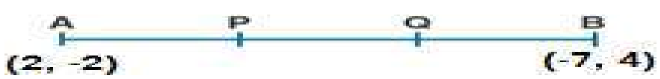
$P(x, y) = \left[\frac{2(-2)+1(4)}{1+2} \ , \ \frac{2(-3)+1(-1)}{1+2}\right]$

$P(x, y) = \left[\frac{-4+4}{3} \ , \ \frac{-6-1}{3}\right]$

$P(x, y) = \left[\frac{0}{3} \ , \ \frac{-7}{3}\right]$

$P(x, y) = (0, \frac{-7}{3} \ )$

∴A आणि B चे त्रिखंडन बिंदू आहेत: $[2, \frac{-5}{3}]$ आणि $[0, \frac{-7}{3} \ ]$

49) 

A(2,−2), B(−7,4) P आणि Q हे AB चे त्रिखंडन बिंदू आहेत.

∴AP=PQ=QB बिंदू P हा AB ला 1:2 या प्रमाणात आतून विभाजित करतो.

$A(2,-2)=(x_1,y_1)$, $B(-7,4)=(x_2,y_2)$ $m_1:m_2=1:2$, P(x,y)=?

$P(x, y) = \left[\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2} \ , \ \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right]$

$P(x, y) = \left[\frac{1(-7)+2(2)}{1+2} \ , \ \frac{1(4)+2(-2)}{1+2}\right]$

$P(x, y)=\left[\frac{-7+4}{3}\ ,\ \frac{4-4}{3}\right]$

$P(x, y)=\left[\frac{-3}{3}\ ,\ \frac{0}{3}\right]$

P(x, y)=(-1, 0)

बिंदू Q हा AB ला 2:1 या प्रमाणात आतून विभाजित करतो. m1:m2=2:1 P(x,y)=?

$P(x, y)=\left[\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}\ ,\ \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right]$

$P(x, y)=\left[\frac{2(-7)+1(2)}{2+1}\ ,\ \frac{2(4)+1(-2)}{2+1}\right]$

$P(x, y)=\left[\frac{-14+2}{3}\ ,\ \frac{8-2}{3}\right]$

$P(x, y)=\left[\frac{-12}{3}\ ,\ \frac{6}{3}\right]$

P(x, y)=(-4, 2)

∴A आणि B चे त्रिखंडन बिंदू आहेत: (-1, 0)आणि (-4, 2)

50) x-अक्षावरील बिंदू (x,0) आहे. गुणोत्तर k:1 आहे. m1:m2=k:1.

A(1,−5)=(x1,y1), B(−4,5)=(x2,y2) m1:m2=k:1.

$P(x, y)=\left[\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}\ ,\ \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right]$

$P(x, 0)=\left[\frac{k(-4)+1(1)}{k+1}\ ,\ \frac{k(5)+1(-5)}{k+1}\right]$

X= $\frac{-4k+1}{k+1}$---------(1) 0= $\frac{5k-5}{k+1}$---------(2)

$0=5k-5$

$5k=5$

∴ K = 1

k=1 आता x साठी k=1 ठेवा.

x= $\frac{-4k+1}{k+1}$

x= $\frac{-4(1)+1}{(1)+1}$

x= $\frac{-4+1}{1+1}$

x= $\frac{-3}{2}$

∴ विभाजनाच्या बिंदूचे निर्देशक आहेत ($\frac{-3}{2}$, 0).

51) बिंदू P(x,y) हा (3,6) आणि (−3,4) पासून समदूर आहे.

PA=PB

$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_1-y_1)^2}$ =$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_1-y_1)^2}$

$\sqrt{(x-3)^2+(y-6)^2}$ =$\sqrt{(x-(-3))^2+(y-4)^2}$

$\sqrt{(x-3)^2+(y-6)^2}$ =$\sqrt{(x+3))^2+(y-4)^2}$ दोन्ही बाजूंचा वर्ग केल्यास:

$(x-3)^2+(y-6)^2$ =$(x+3))^2+(y-4)^2$

$x^2-6x+9+y^2-12y+36=x^2+6x+9+y^2-8y+16$

-6x-6x+8y -12y+36-16=0

-12x-4y+20=0

3x+y−5=0

3x+y=5

52) बिंदू P(x,y) हा (7,1) आणि (3,5) पासून समदूर आहे.

AP=BP

$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$ $=\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

$\sqrt{(x-7)^2 + (y-1)^2}$ $=\sqrt{(x-3))^2 + (y-5)^2}$ दोन्ही बाजूंचा वर्ग केल्यास

$(x-7)^2+(y-1)^2=(x-3)^2+(y-5)^2$

$x^2-14x+49+y^2-2y+1=x^2-6x+9+y^2-10y+25$

$-14x-2y+50=-6x-10y+34$

$8x-8y=16$

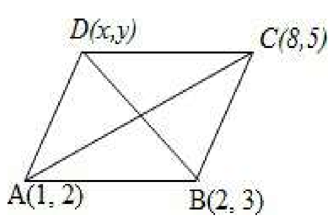
$x-y=2$

$x=y+2$

P(x,y)=(5,3) ∴P(x,y)=(5,3)

53)

समांतरभुज चौकोन ABCD मध्ये, कर्ण AC आणि BD एकमेकांना छेदतात.



AC चा मध्यबिंदू = BD चा मध्यबिंदू

$\left[\frac{X_1+X_2}{2}, \frac{Y_1+Y_2}{2}\right] = \left[\frac{X_1+X_2}{2}, \frac{Y_1+Y_2}{2}\right]$

A(1,2)=(x1,y1), B(2,3)=(x2,y2) C(8,5)=(x3,y3), D(x,y)=(x4,y4)

$\left[\frac{1+8}{2}, \frac{2+5}{2}\right] = \left[\frac{2+x}{2}, \frac{3+y}{2}\right]$

$\left[\frac{9}{2}, \frac{7}{2}\right] = \left[\frac{2+x}{2}, \frac{3+y}{2}\right]$

$\frac{2+x}{2} = \frac{9}{2}$ $\frac{3+y}{2} = \frac{7}{2}$

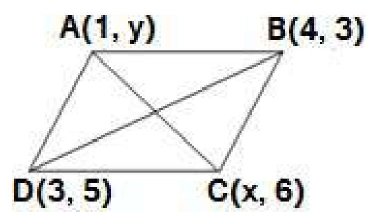
2+x=9 3+y=7

X=9-2 y=7-3

X=7 y=4

∴D बिंदूचे निर्देशक आहेत D(x,y)=(7,4)

54) समांतरभुज चौकोन ABCD मध्ये, कर्ण AC आणि BD एकमेकांना छेदतात.



AC चा मध्यबिंदू = BD चा मध्यबिंदू

A(1,y), C(x,6), B(4,3), D(3,5)

$\left[\frac{X_1+X_2}{2}, \frac{Y_1+Y_2}{2}\right] = \left[\frac{X_1+X_2}{2}, \frac{Y_1+Y_2}{2}\right]$

$\left[\frac{1+x}{2}, \frac{y+6}{2}\right] = \left[\frac{4+3}{2}, \frac{3+5}{2}\right]$

$\left[\frac{1+x}{2} , \frac{y+6}{2}\right] = \left[\frac{7}{2} , \frac{8}{2}\right]$

$\frac{1+x}{2} = \frac{7}{2}$ $\frac{y+6}{2} = \frac{8}{2}$

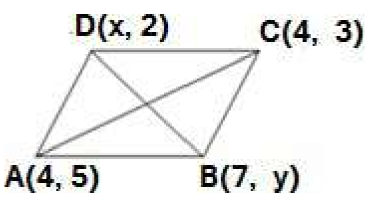
1+x = 7 y+6 =8

X =7-1 y = 8-6

X = 6 y = 2

55) समांतरभुज चौकोन ABCD मध्ये, कर्ण AC आणि BD एकमेकांना छेदतात.

AC चा मध्यबिंदू = BD चा मध्यबिंदू



A(4,5)=(x_1,y_1), C(4,3)=(x_2,y_2) B(7,y)=(x_3,y_3), D(x,2)=(x_4,y_4)

$\left[\frac{X_1+X_2}{2} , \frac{Y_1+Y_2}{2}\right] = \left[\frac{X_1+X_2}{2} , \frac{Y_1+Y_2}{2}\right]$

$\left[\frac{4+4}{2} , \frac{5+3}{2}\right] = \left[\frac{7+x}{2} , \frac{y+2}{2}\right]$

$\left[\frac{8}{2} , \frac{8}{2}\right] = \left[\frac{7+x}{2} , \frac{y+2}{2}\right]$

$\left[\frac{7+x}{2} , \frac{y+2}{2}\right]$ $[4 , 4]$

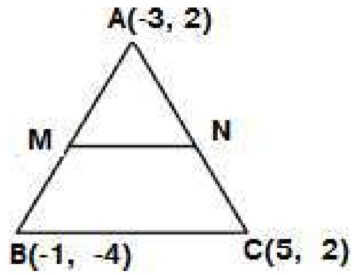
7+x = 4x2 y+2 =4x2

X =8-7 y = 8-2

X = 1 y = 6

∴x=1 आणि y=6

56)



बिंदू M चे निर्देशक:

मध्यबिंदू सूत्र वापरून, $\left[\frac{X_1+X_2}{2}, \frac{Y_1+Y_2}{2}\right]$

M(x1 . y1) = $\left[\frac{-3+(-1)}{2}, \frac{2+(-4)}{2}\right]$

M(x1 . y1) = $\left[\frac{-3-1}{2}, \frac{2-4}{2}\right]$

M(x1 . y1) = $\left[\frac{-4}{2}, \frac{-2}{2}\right]$

M(x1 . y1) = $[-2, -1]$

N(x2,y2)) = $\left[\frac{-3+(-1)}{2}, \frac{2+(-4)}{2}\right]$

N(x2,y2)) = $\left[\frac{-3+5}{2}, \frac{2+2}{2}\right]$

N(x2,y2) = $\left[\frac{2}{2}, \frac{4}{2}\right]$

MN ची लांबी = $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_1-y_1)^2}$

M(x1 . y1) =$[-2, -1]$ N(x2,y2) = $[1, 2]$

$= \sqrt{(1-(-2))^2+(2-(-1))^2}$

$= \sqrt{(3)^2+(3)^2}$

$=\sqrt{9+9}$

$= \sqrt{18}$

MN ची लांबी $3\sqrt{2}$---------------(1)

BC ची लांबी = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

B(x_1 . y_1) =$[-1, -4]$ C(x_2,y_2) = $[5 , 2]$

BC ची लांबी = $\sqrt{(5-(-1))^2 + (2-(-4))^2}$

BC ची लांबी = $\sqrt{(5+1))^2 + (2+4))^2}$

BC ची लांबी = $\sqrt{(6)^2 + (6)^2}$

BC ची लांबी = $\sqrt{36+36}$

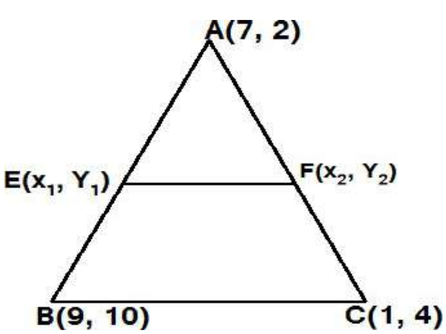
BC ची लांबी = $\sqrt{72}$

BC ची लांबी = $6\sqrt{2}$-------------------(2)

स.1 व स. 2 वरुन

BC ची लांबी = 2 MN ची लांबी

57)



बिंदू E चे निर्देशक: B(9,10), A(7,2)

E हे AB चा मध्यबिंदू आहे.

E(x,y)= $\left[\frac{X_1+X_2}{2}, \frac{Y_1+Y_2}{2}\right]$

$\left[\frac{7+9}{2}, \frac{2+10}{2}\right]$

$\left[\frac{16}{2}, \frac{12}{2}\right]$

E(x,y) =$[8, 6]$

F(x,y) = $\left[\frac{7+1}{2}, \frac{4+2}{2}\right]$

= $\left[\frac{8}{2}, \frac{6}{2}\right]$

F(x,y) =$[4, 3]$

EF = $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_1-y_1)^2}$

E(x,y) =$[8, 6]$ F(x,y) =$[4, 3]$

EF = $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_1-y_1)^2}$

EF = $\sqrt{(4-8)^2+(3-6)^2}$

EF = $\sqrt{(-4)^2+(-3)^2}$

EF = $\sqrt{(16+9}$

EF = $\sqrt{25}$

EF = 5

EF ची लांबी = 5 एकके

BC ची लांबी = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

B(9,10), C(1,4)

BC चे अंतर $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

$\sqrt{(1-9)^2 + (4-10)^2}$

$\sqrt{(-8)^2 + (-6)^2}$

$\sqrt{64+36}$

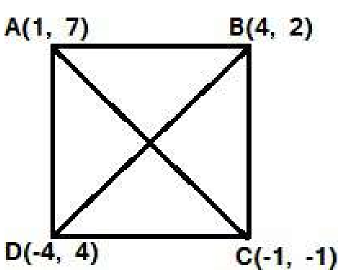
$\sqrt{100}$

BC चे अंतर = 10 एकके

∴ BC=2×EF

∴ 10=2×5 10=10

58)



A(1,7), B(4,2), C(−1,−1), D(−4,4)

AB मधील अंतर: = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_1 - y_1)^2}$

AB मधील अंतर: = $\sqrt{(4-1)^2 + (2-7)^2}$

AB मधील अंतर: = $\sqrt{(3)^2 + (-5)^2}$

= $\sqrt{9 + 25}$

AB मधील अंतर:= $\sqrt{34}$ ---------------------(1)

BC मधील अंतर: = $\sqrt{(-1-4)^2 + (-1-2)^2}$

$\sqrt{(-5)^2 + (-3)^2}$

= $\sqrt{25 + 9}$

BC मधील अंतर: = $\sqrt{34}$ --------------------(2)

CD मधील अंतर: CD=$\sqrt{((-4-(-1))^2 + (4-(-1))^2}$

$\sqrt{(-3)^2 + (5)^2}$

= $\sqrt{9 + 25}$

CD मधील अंतर: = $\sqrt{34}$ --------------------(3)

DA मधील अंतर: DA=$\sqrt{(1-(-4))^2 + (7-4)^2}$

$\sqrt{(5)^2 + (3)^2}$

= $\sqrt{25 + 9}$

DA मधील अंतर: = $\sqrt{34}$ --------------------(4)

कर्ण AC मधील अंतर: AC= $\sqrt{(-1-1)^2 + (-1-7)^2}$

$\sqrt{(-2)^2 + (-8)^2}$

= $\sqrt{4 + 64}$

DA मधील अंतर: = $\sqrt{68}$ $-----------(5)$

कर्ण BD मधील अंतर: BD =$\sqrt{(-4-4)^2+(4-2)^2}$

$\sqrt{(-8)^2+(2)^2}$

= $\sqrt{64+4}$

BD मधील अंतर: = $\sqrt{68}$---------------------------(6)

AC=BD , AB=BC=CD=DA आणि कर्ण AC= कर्ण BD

∴ABCD हा एक चौरस)square) आहे.

THANKS

प्रकरण ४ त्रिकोणमितिचा परिचय

शिकण्याचे मुद्दे:

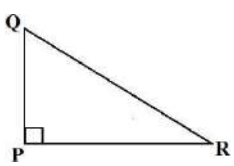
- त्रिकोणमितीय गुणोत्तर
- प्रमाणित कोनांसाठी त्रिकोणमितीय गुणोत्तर
- त्रिकोणमितीय नित्यसमीकरणे आणि समस्या

प्रश्नांची संख्या:

- सोपे१३ :
- सरासरी५६ :
- कठीण३१ :
- एकूण१०० :

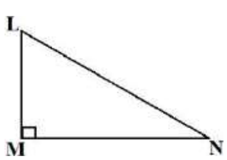
I. खालील प्रत्येक प्रश्नासाठीयोग्य पर्याय निवडा .अपूर्ण विधानांसाठी चार पर्याय दिले आहेत/ आणि त्याचे अक्षर लिहा. (१ गुण(

१आकृतीमध्ये ., cosR बरोबर आहे:



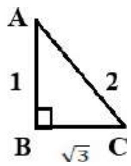
A) PQ/PR B) PR/QR C) PR/PQ D) PQ/QR

२आकृतीमध्ये ., LN/MN बरोबर आहे:



A) cos L B) cot L C) cosec L D) sec L

३आकृतीमध्ये ., sinC चे मूल्य आहे:



A) 2/√3 B) √3/2 C) 1/2 D) 1

४ जर .sinθ = 5/13 असेल, तर cosecθ चे मूल्य आहे:

A) 13/5 B) 5/12 C) 13/12 D) 12/13

५∠ जर .A = 30° असेल, तर sin^2A चे मूल्य आहे:

A) 0 B) 1/4 C) 1/2 D) 1/√2

6. sin30∘+cos60∘ चे मूल्य काय आहे?

A) ½ B) 3/2 C) 1/4 D) 1

7. जर sinA=1/√2 असेल, तर cosA चे मूल्य काय?

A) 90∘ B) 60∘ C) 30∘ D) 45∘

8. जर cosecθ=5/3 असेल, तर sinθ चे मूल्य काय?

A) 5/3 B) 3/5 C) 3/4 D) 5/4

9. जर 13cosθ=12 असेल, तर secθ चे मूल्य काय?

A) 12/5   B) 13/5   C) 12/13   D) 13/12

10. $sec^2 26∘−tan^2 26∘$ चे मूल्य काय?

A)1/2   B)0   C) 2 D)1

11. sin45∘×cos45∘ चे मूल्य काय?

A) $1//\sqrt{2}$ B) 2 C) 1 D) $1//\sqrt{3}$

12. $\tan 45^\circ \times \cot 45^\circ$ चे मूल्य काय?

A) $\sqrt{3}$ B) 2 C) 1 D) $1/\sqrt{3}$

13. जर $2\sin^2\theta=\sqrt{3}$ असेल, तर θ चे मूल्य काय?

A) 90∘ B) 60∘ C) 30∘ D) 45∘

14. जर $\sin\theta = X/Y$ असेल, तर $\cos\theta$ चे मूल्य काय?

A) $\frac{Y}{\sqrt{Y^2}-X^2}$ B) $\frac{Y}{X}$ C) $\frac{X}{\sqrt{Y^2}-X^2}$ D) $\frac{\sqrt{Y^2}-X^2}{Y}$

15. जर $\sin A+\sin^2 A=1$ असेल, तर $\cos^2 A+\cos^4 A$ चे मूल्य काय?

A) 1/2 B) 2 C) 3 D) 1

16. जर $\sin\theta=3/5$ असेल, तर $(1-\cos^2\theta)$ चे मूल्य काय?

A) 9/25 B) 6/10 C) 9/5 D) 25/9

17. खालीलपैकी योग्य संबंध कोणता आहे, [जुलै 2021: सरासरी]

A) $\tan^2\theta=\sec^2\theta+1$ B) $\sin\theta=1/\sec\theta$ C) $\cot\theta=\sin\theta/\cos\theta$ D) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

18. $(\sin 30^\circ+\cos 60^\circ-\tan 45^\circ)$ चे मूल्य आहे, [जुलै 2021: सरासरी]

A) 0 B) - 1 C) 2 D) 1

19. $(3+\sec^2 A)$ याच्या बरोबरीचे आहे, [जुलै- 2021: सरासरी]

A) $4+\tan^2 A$ B) $4+\cot^2 A$ C) $2+\cot^2 A$ D) $3+\cot^2 A$

20. (sinA×cosecA) चे मूल्य आहे, [जुलै- 2021: सरासरी]

A) 2 B) 1 C) $-1/2$ D) $\sqrt{3}/2$

21. ($1+\tan^2\theta$) याच्या बरोबरीचे आहे, [जून- 2022: सरासरी]

A) $\operatorname{cosec}^2\theta$ B) $\cos^2\theta$ C) $\sec^2\theta$ D) $\cot^2\theta$

22. $(\sec^2\theta-1)(1-\operatorname{cosec}^2\theta)$ याच्या बरोबरीचे आहे, [कठीण]

A) - 1   B) $\cot\theta$ C) 0   D) $\operatorname{cosec}\theta$

23. $\cot^2\theta-1/\sin^2\theta$ याच्या बरोबरीचे आहे, [सरासरी]

A) - 1 B) 1   C) $\sin^2\theta$ D) $\cos^2\theta$

24. जर $(\sec A-\tan A)=k$, तर $(\sec A+\tan A)$ याच्या बरोबरीचे आहे, [सरासरी]

A) $1-1/K$ B) $1-k$ C) $1+k$ D) $1/K$

25. जर $8\tan P=15$, तर $\sin P-\cos P$ याच्या बरोबरीचे आहे, [सरासरी]

A) 8/17   B) 17/8 C) 1/17   D) 7/17

26. जर $\tan^2\theta=21$ जिथे θ हा लघुकोन आहे, तर $(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)$ चे मूल्य आहे, [कठीण]

A) 8/7   B) 7/8   C) 7/4   D) 64/49

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (1 गुण)

27. $\triangle ABC$ मध्ये, जर $\angle ABC=90^\circ$ आणि $\angle ACB=30^\circ$, तर AB:AC शोधा. [जून 2019: कठीण]

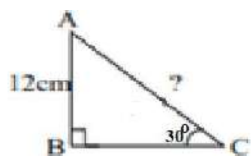
28. जर $\sin\theta=3/5$ आणि $\cos\theta=4/5$ तर $\sin^2\theta+\cos^2\theta$ चे मूल्य शोधा. [MQP 1 2020: सरासरी]

29. $\operatorname{cosec}60^\circ+\sec30^\circ$ चे मूल्य शोधा. [सोपे]

30. $\sin 90^\circ + \tan 45^\circ$ चे मूल्य शोधा. [MQP 2 2020: सरासरी]

त्रिकोणमितीचे प्रश्न (2 गुण)

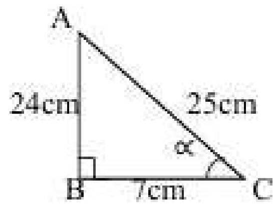
31. △ABC मध्ये, जर ∠B काटकोन असेल, ∠ACB=30° आणि AB=15 मीटर असेल, तर BC चे माप काढा. [SLP 2020:कठीण] [जून 2022:सोपे]
32. $\tan 45^\circ + \cot 45^\circ$ चे मूल्य काढा. [सप्टेंबर 2020:सोपे]
33. जर $\cos\theta = 24/25$ असेल, तर $\sec\theta$ चे मूल्य काढा.
34. जर $\sin^2 A = 0$ असेल, तर $\cos A$ चे मूल्य काढा. [सप्टेंबर 2020:सोपे]
35. जर $15\cot A = 8$ असेल, तर $\tan A$ चे मूल्य काढा. [सरासरी]
36. आकृतीमध्ये, ABC हा काटकोन त्रिकोण आहे. जर ∠C=30° आणि AB=12 सेमी असेल, तर AC चे माप काढा. [जून 2022:सरासरी]



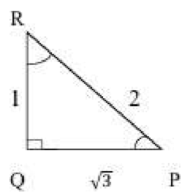
37. जर $x\tan 45^\circ \cdot \sin 30^\circ = \cos 30^\circ \cdot \tan 30^\circ$ असेल, तर x चे मूल्य काढा.
38. $5\tan^2 A - 5\sec^2 A + 1$ चे मूल्य काढा. [कठीण]
39. $\sin A \cdot \operatorname{cosec} A$ चे मूल्य काय आहे? [सरासरी]
40. $\tan A \cdot \cot A - \cos A \cdot \sec A$ चे मूल्य काय आहे? [कठीण]
41. $\tan^2 45^\circ - \sin^2 30^\circ$ चे मूल्य काढा. [सरासरी]
42. जर $\sin A = \cos A$ असेल, तर A चे मूल्य काय आहे? [सरासरी]

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (2 गुण)

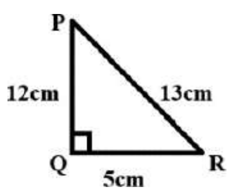
43. जर $\sin\theta = 1312$ आणि $\cos\theta = 135$ असेल, तर $\sin\theta$ आणि $\tan\theta$ चे मूल्य काढा. [सोपे]
44. जर $\operatorname{cosec}\theta = 1213$ आणि $\tan\theta = 512$ असेल, तर $\cos\theta$ चे मूल्य काढा. [सरासरी]
45. खालील आकृतीमध्ये, $\sin x$ आणि $\cos x$ चे मूल्य काढा



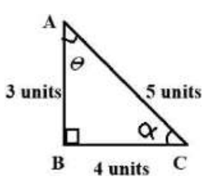
46. आकृतीमध्ये, sinP आणि tanR ची किंमत काढा. [SLP 2023: सोपे]



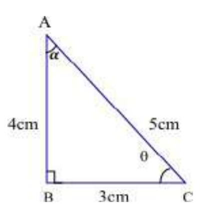
47. आकृतीमध्ये, tanP – cotR ची किंमत काढा. [सरासरी[



48. आकृतीमध्ये, ∠ABC=90∘ आहे.खालील किमती लिहा . i) sinα ii) tanθ [मार्च 2025: सोपे[



49. आकृतीमध्ये, sinα + cosϴ ची किंमत काढा. [सरासरी[



50. मूल्यांकन करा: $2\tan^2 45+\cos^2 30-\sin^2 60$. [MQP 2019: सरासरी[

51. जर $\sqrt{3}\tan\theta=1$ आणि θ हा लघुकोन असेल, तर $\sin 3\theta+\cos 2\theta$ ची किंमत काढा.
[एप्रिल 2023: सरासरी[[जून 2019: सरासरी[

52. सिद्ध करा की $(\tan A\times \sin A)+\cos A=\sec A$.

53. जर $\cos\theta=0.6$ असेल, तर सिद्ध करा की $5\sin\theta-3\tan\theta=0$. [MQP 2020: कठीण[

54. सिद्ध करा की $(\sec^2\theta-\sec^2\theta)=\tan^2\theta+\tan^2\theta$. [MQP 2020: कठीण[

55. सिद्ध करा की $\text{cosec}A(1-\cos A)(\text{cosec}A+\cot A)=1$. [सप्टेंबर 2020: कठीण[

56. सिद्ध करा की $\tan^2\theta-\sin^2\theta=\tan^2\theta.\sin^2\theta$ [कठीण[

57. सिद्ध करा की $\cot^2\theta-\cos^2\theta=\cot^2\theta.\cos^2\theta$ [कठीण[

58. सिद्ध करा की $\sin 30+\cos 60+\tan 45=\sec 60$. [सरासरी]

59. सिद्ध करा की $\frac{\sin 30+\cos 60}{\text{cosec}30-\cos 45}=\sin 90$

$\cos\theta-\cos 45\circ\sin 3\theta+\cos 3\theta=\sin 90\circ$. [एप्रिल 2024: सरासरी]

60. $\frac{\cos 45.\sin 45}{\sec 30-\cot 60}$ चे मूल्य शोधा. [सरासरी]

61. सिद्ध करा की $\frac{1+\cos A}{1-\cos A}=(\text{cosec}A+\cot A)^2$. [एप्रिल 2019: सरासरी]

62. सिद्ध करा की $\frac{1+\sin A}{1-\sin A}=(\sec A+\tan A)^2$ [कठीण]

63. सिद्ध करा की $\frac{\cos A}{1+\sin A}+\frac{1+\sin A}{\cos A}=2\sec A$ [एप्रिल 2025: सरासरी]

64. सिद्ध करा की $\frac{\sin A}{1+\cos A}+\frac{1+\cos A}{\sin A}=2\text{cosec}A$ [सरासरी]

65. सिद्ध करा की $\frac{\cos A-\sin A.\cos A}{\cos A+\sin A.\cos A}=\frac{\text{cosec}A-1}{\text{cosec}A+1}$ [एप्रिल 2024: सरासरी]

66. सिद्ध करा की $\sin 30\cos 60+\cos 30\sin 60=\sin 90$. [जुलै 2024: सरासरी]

67. जर $\frac{\sqrt{3}SecA}{cosecA}$ =1 असेल, तर A चे मूल्य शोधा. [जुलै 2024: सरासरी]

68. सिद्ध करा की $secA(1-sinA)(secA+tanA)=1$. [कठीण]

69. जर $2sin\theta=1$ असेल, तर $cos^2 60+sec^2 30$ चे मूल्य शोधा. [सरासरी]

70. सिद्ध करा की $tan^2\theta+cot^2\theta=sec^2\theta+cosec^2\theta-2$. [कठीण]

71. मूल्यमापन करा: $4sin30+cos60 * sec60-3tan45$. [सरासरी]

72. मूल्यमापन करा: $6cos60-sin30+sin^2 45+cos^2 45$. [सरासरी]

73. मूल्यमापन करा: $\frac{5cos^2 60+4s\quad ^2 30-tan^2 45}{sin30+cos30}$ [मार्च 2025: सरासरी]

74. सिद्ध करा की $\frac{sec60}{cot45}$ - $\frac{2sin90}{cos0}$ +$\frac{tan45}{cosec30}$= $\frac{1}{2}$ [सरासरी]

75. जर $sin\theta=\frac{1}{3}$ असेल, तर $(2cot^2\theta+2)$ चे मूल्य शोधा. [सरासरी]

76. $2cos^2\theta+ \frac{25}{1+cot^2\theta}$ चे मूल्य शोधा. [कठीण]

77. $\frac{5}{cot^2\theta}$ - $\frac{5}{cos^2\theta}$ चे मूल्य शोधा. [कठीण]

78. जर $sec2A(1-sinA)(1-sinA)=k$ असेल, तर k चे मूल्य शोधा. [कठीण]

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (3 गुण)

79. सिद्ध करा की $\frac{sinA}{1-cotA}$ + $\frac{cosA}{1-tanA}$=sinA+cosA . [MQP 1 2021: कठीण]

80. सिद्ध करा की $\frac{1+cosA}{sinA}$ - $\frac{sinA}{1+cosA}$=2cotA [SLP 2020: सरासरी]

81. सिद्ध करा की $\frac{1+s}{cosA}$ - $\frac{cosA}{1+sinA}$=2tan$A$. [सरासरी]

82. सिद्ध करा की $\frac{\cos\theta-2cos^3\theta}{2sin^3\theta-\sin\theta}$=cotθ [MQP 1 2021:कठीण]

83. सिद्ध करा की $\frac{\sin\theta-2sin^3\theta}{2sin^3\theta-\sin\theta}$=tanθ [कठीण]

84. सिद्ध करा की $\frac{\sin A-\cos A}{\sin A+\cos A}+\frac{\sin A+\cos A}{\sin A-\cos A}=\frac{2}{2sin^2A-1}$ [MQP 2 2021:कठीण]

85. जर x=p tanθ+q secθ आणि y = p secθ + q tanθ , तर सिद्ध करा की $x^2-y^2=p^2-q^2$. [जून 2020:कठीण]

86. सिद्ध करा की (secθ−cosθ)((cosecθ−sinθ)(tanθ+cotθ))=1. [MQP-2 2021:कठीण]

87. सिद्ध करा की $\frac{\sec A+\tan A-}{\tan A-\sec A+}=\frac{1+s}{\cos A}$. [जून 2024:कठीण]

88. सिद्ध करा की $\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}+\frac{\tan\theta}{1+c\quad\theta}$.$= cot\theta + sec\theta.cosec\theta.$ [कठीण]

89. सिद्ध करा की $\frac{\tan A-\sin A}{\tan A+\sin A}=\frac{\sec}{\sec A+1}$ [कठीण]

90. सिद्ध करा की $(\sin A+cosecA)^2+(\cos A+\sec A)^2=7+\tan^2A+\cot^2A$. [MQP1 2024:मध्यम]

91. सिद्ध करा की secθ(1−sinθ)(secθ+tanθ)=1. [मार्च 2022:मध्यम]

92. सिद्ध करा की cosecA(1−cosA)(cosecA+cotA)=1. [मध्यम]

93. सिद्ध करा की (cosecA−sinA)(secA−cosA)= $\frac{1}{\tan A+\cot A}$. [कठीण]

94. सिद्ध करा की $\sqrt{\frac{1+co}{1-\cos}}$= cosecA+cotA. [एप्रिल 2023:मध्यम]

95. सिद्ध करा की $\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin}}$ =secA+tanA. [मध्यम]

96. सिद्ध करा की (secA−cosA)(cotA+tanA)=tanAsecA. [जून 2023:मध्यम]

97. सिद्ध करा की (cosecA−sinA) (tanA+cotA) = cotAcosecA. [मध्यम]

98. जर tan θ= $\sqrt{3}$ तर $\frac{4sin\theta-cos\theta-1}{4sin\theta+cos\theta+}$ चे मूल्य काढा. [कठीण]

99. मूल्यमापन करा: [जून 2022:कठीण] $\frac{2\cos(90-30)+tan45-\sqrt{3}cosec60}{\sqrt{3sec30}+2cos60+cot45}$

100. सिद्ध करा की

$\frac{cos^2\theta+sin^2\theta}{cos\theta+sin}+\frac{cos^2\theta-sin^2\theta}{cos\theta-sin\theta}$=2

Unit - 08 त्रिकोणमितिचा परिचय

I. Multiple choice Questions :

1. B) $\frac{PR}{PQ}$
2. B) cot L
3. C) $\frac{1}{2}$
4. A) $\frac{13}{5}$
5. B) $\frac{1}{4}$
6. D) 1
7. D) 45^0
8. B) $\frac{3}{5}$
9. D) $\frac{13}{12}$
10. D) 1
11. D) $\frac{1}{2}$
12. C) 1
13. C) 30^0
14. D) $\frac{\sqrt{y^2-x^2}}{y}$

15. D) 1

16. D) $\frac{9}{5}$

17. D) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

18. A) 0

19. A) $4 + \tan^2 A$

20. B) 1

21. C) $\sec^2\theta$

22. A) -1

23. B) +1

24. D) $\frac{1}{k}$

25. D) $\frac{7}{17}$

26. B) $\frac{7}{8}$

II. One Mark Questions

27. AB:AC$=\sin\theta = \sin 30^0 = \frac{1}{2}$, AB : AC = 1: 2

28. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = \frac{3^2}{5^2} + \frac{4^2}{5^2} = \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = \frac{9+16}{25} = \frac{25}{25} = 1$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

29. Cosec 60^0 + sec 30^0 = $\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

30. $\text{Sin}90^0 + \tan 45^0 = 1 + 1 = 2$

31. $\frac{AB}{BC}$ = $\tan 30^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\frac{AB}{BC} = \frac{15}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

BC = $15\sqrt{3}$ mts.

32. $\tan 45^0 + \cot 45^0 = 1 + 1 = 2$

33. Sec θ = $\frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{\frac{24}{25}} = \frac{25}{24}$

Sec θ = $\frac{25}{24}$

34. $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$0 + \cos^2 A = 1$

$\cos^2 A = 1$

35. 15 cot A = 8

Cot A = $\frac{8}{15}$,

$\frac{8}{15} = \frac{1}{tanA}$

$tanA = \frac{15}{8}$

36. $\frac{AC}{AB}$ = Cosec θ = 30^0

$\frac{AC}{12} = 2$

∴ AC = 24 cm

37. X tan 45 · sin 30^0 = cos 30^0 . tan 30^0

X (1)($\frac{1}{2}$) = $\frac{\sqrt{3}}{2} . \sqrt{3}$

X = 3

38. $5\tan^2A - 5\sec^2A + 1 = 5\tan^2A - 5(1 + \tan^2A) + 1$

$= 5\tan^2A - 5 - 5\tan^2A + 1$

$= 1 – 5$

$= -4$

$5\tan^2A - 5\sec^2A + 1 = -4$

39. Sin A . cosec A = 1

40. tanA ./ cotA - cosA . sec A = 0

41. $tan^2 45^0 - sin^2 45^0 = (1)^2 - (\frac{1}{\sqrt{2}})^2$

$= 1 - \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}$

$tan^2 45^0 - sin^2 45^0 = \frac{1}{2}$

42. sinA = cosA

$\frac{sinA}{cosA} = 1$

tanA = 1

tanA = 45^0

$\therefore$ A = 45^0

Two Marks Questions :

43. Sec ϴ = $\frac{1}{cos\theta}$ = $\frac{1}{\frac{5}{13}}$ = $\frac{13}{5}$

∴ Sec ϴ = $\frac{13}{5}$

tan ϴ = $\frac{sinA}{cosA}$ = $\frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}}$ = $\frac{12}{5}$

∴ tan ϴ = $\frac{12}{5}$

44. cosec ϴ = $\frac{13}{12}$ = $\frac{1}{sin\theta}$

∴ $sin\theta$ = $\frac{12}{13}$

cot ϴ = $\frac{5}{12}$ = $\frac{cos\theta}{sin\theta}$

$\frac{cos\theta}{\frac{12}{13}}$ = $\frac{5}{12}$

∴ Cos ϴ = $\frac{5}{12} x \frac{12}{13}$

∴ Cos ϴ = $\frac{5}{13}$

45. Sin α = $\frac{24}{25}$ cos α = $\frac{7}{25}$ $\sqrt{2}$

46. sinP = $\frac{1}{2}$ आणि tanR = $\frac{\sqrt{3}}{1}$ = $\sqrt{3}$

47. tanP – cotR = $\frac{5}{12}$ - $\frac{5}{12}$ = 0

48. Sin α = $\frac{3}{5}$ आणि tan Θ = $\frac{4}{3}$

49. Sin α = $\frac{4}{5}$ आणि Cos Θ = $\frac{3}{5}$

50. $2tan^2 45^0 + cos^2 30^0 - sin^2 60^0 = 2(1)^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 - (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 = 2$

51. $\sqrt{3}$ tanΘ = 1 ∴ tanΘ = $\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\therefore tan\theta = tan30^0$$

$$\therefore \theta = 30^0$$

$$sin3\theta + cos3\theta = sin(3X30^0) + cos(2X30^0) = sin90^0 + cos60^0$$

$$sin3\theta + cos3 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

52. **LHS = ($tan A X Sin$ A) + $cos A$**

$\frac{\sin A}{\cos A}$ X $\sin A$ +cos A = $\frac{sin^2 A}{\cos A}$ + cos A

= $\frac{sin^2 A + cos^2}{\cos A}$ = $\frac{1}{\cos A}$

= secA =RHS

53. LHS=5 sin Θ - 3tan Θ = 5sin θ − 3 $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

$\frac{5 \sin \theta . \cos \theta - 3 \sin \theta}{\cos \theta}$ = $\frac{5 \sin \theta . 0.6 - 3 \sin \theta}{0.6}$ =

$\frac{3 \sin \theta - 3 \sin \theta}{0.6}$ = 0

0 = RHS

54. LHS = $Sec^4Θ$ - $Sec^2Θ$ = $Sec^2Θ$ ($Sec^2Θ$ - 1)

$(1 + \tan^2\Theta).\ \tan^2\Theta = \tan^2\Theta + \tan^4\Theta$

$\tan^2\Theta + \tan^4\Theta$ = RHS

55. LHS = cosec A – (1 – cos A)(cosec A + cot A)

$= \frac{1}{\sin A}\ .\ (1 - \cos A)\left(\frac{1}{\sin A} + \frac{\cos A}{\sin}\right)$

$= \frac{1}{\sin}\ .\ (1 - \cos A)\left(\frac{1+\cos}{\sin}\right)$

$= \frac{1-cos^2 A}{sin^2 A} = \frac{sin^2 A}{sin^2 A} = 1$

1 = RHS

56. LHS = $\tan^2\Theta - \sin^2\Theta = \frac{sin^2\theta}{cos^2\theta} - \sin^2\Theta$

$\frac{sin^2\theta - sin^2\theta.cos^2\theta}{cos^2\theta} = \sin^2\Theta\left(\frac{1-cos^2\theta}{cos^2\theta}\right)$

$\sin^2\Theta\left(\frac{sin^2\theta}{cos^2\theta}\right) = \sin^2\Theta\ \tan^2\Theta$

$\sin^2\Theta\ .\ \tan^2\Theta$ = RHS

57. LHS = $\cot^2\Theta - \cos^2\Theta = \frac{cos^2\theta}{sin^2\theta} - \cos^2\Theta$

$\frac{cos^2\theta - sin^2\theta.cos^2\theta}{sin^2\theta} = \cos^2\Theta\left(\frac{1-sin^2\theta}{sin^2\theta}\right)$

$\cos^2\Theta\left(\frac{cos^2\theta}{sin^2\theta}\right) = \cos^2\Theta\ \cot^2\Theta$

$\cos^2\Theta\ \cot^2\Theta$ = RHS

58. LHS $= \sin 30^0 + \cos 60^0 + \tan 45^0$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1$

$= 1 + 1$

$= 2$

$2 = \sec 60^0$

59. LHS $= \frac{sin30 + cosec\ 60}{cosec30 - cos} = \frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}{2-1}$

$\frac{1}{1} = 1$

$1 = \sin 90$

$= \text{RHS}$

60. $\frac{cos45 + sin45}{sec30 - cot60} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2-1}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{1}{2} x \frac{\sqrt{3}}{1}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$

61. $\frac{1+cos}{1-cos}\ x\ \frac{1+cosA}{1+cos} = \frac{(1+co\ \ )^2}{1-co\ ^2A}$

$\left(\frac{(1+cos\ \ )^2}{sin^2A}\right) = \left(\frac{(1+co\ \ )^2}{sin^2A}\right)^2$

$= \frac{(1+cos\ \ )^2}{sin^2A}$

$= (\frac{1+cos}{sinA})^2$

$= (\frac{1}{sinA} + \frac{cosA}{sinA})^2$

$= (cosecA + cotA)^2$

=RHS

62. $\frac{1+sin}{1-sinA}\ x\ \frac{1+sin}{1+sin} = \frac{(1+sin\ \ )^2}{1-sin^2A}$

$\left(\frac{(1+sin\ \ )^2}{cos^2A}\right) = \left(\frac{(1+sin\ \ )^2}{cos^2A}\right)^2$

$= \frac{(1+sin\ \ )^2}{cos^2A} = (\frac{1+si}{cosA})^2$

$= (\frac{1}{cosA} + \frac{sinA}{cosA})^2$

$= (secA + tanA)^2$

=RHS

63. LHS= $\frac{cosA}{1+sin} + \frac{1+sin}{cosA} = \frac{cos^2A + (1+sinA)^2}{(1+sinA)cosA}$

$$\frac{cos^2A+1+sin^2A+2sinA}{(1+sin\quad)cosA}$$

$$\frac{1+1+2sinA}{(1+sinA)cosA}$$

$$= \frac{2(1+sinA)}{(1+sin\quad)cosA}$$

$$= \frac{2}{cosA}$$

= 2secA = RHS

64. LHS= $\frac{sinA}{1+cos} + \frac{1+cosA}{sinA} = \frac{sin^2A+(1+cosA)^2}{(1+cosA)sinA}$

$$\frac{sin^2A+1+c\quad{}^2A+2co}{(1+cos\quad)sinA}$$

$$\frac{1+1+2cosA}{(1+cosA)sinA}$$

$$= \frac{2(1+COSA)}{(1+COSA)sinA}$$

$$= \frac{2}{sinA}$$

= 2cosecA = RHS

65. LHS = $\frac{cosA-sinA.cosA}{cosA+sinA.cosA} = \frac{cosA\,(1-sinA)}{cosA\,(1+sinA)}$

$$\frac{(1-sin\quad)}{(1+sinA)} = \frac{1-\frac{1}{cosecA}}{1+\frac{1}{cosecA}}$$

$$\therefore \quad \frac{\frac{cosecA-1}{cosecA}}{\frac{cosecA+1}{cosecA}} = \frac{cosecA-1}{cosecA+1}$$

$$\therefore \quad \frac{cosecA-1}{cosecA+1} = \text{RHS}$$

66. $\sin 30^0.\cos 60^0 + \cos 30^0.\sin 60^0$

$$\frac{1}{2} x \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} x \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$$

$$\therefore \quad \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4}$$

$$= 1$$

67.

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}\ 1}{cosA}}{\frac{1}{sinA}} = 1$$

$\sqrt{3}\, x \frac{1}{cosA}$ x $\frac{sinA}{1}$ =1

$\sqrt{3}$ x tanA = 1

tanA = $\frac{1}{}$

68. tar

LHS = secA (1- sinA) (secA + tanA)

$$= \frac{1}{cosA}(1 - tanA)(\frac{1}{cosA} + \frac{sinA}{cosA})$$

$$= \frac{1}{cosA}(1 - tanA)\left[\frac{1+sin}{cosA}\right]$$

$$= \frac{(1-sin\ \ )(1+sin\ \ )}{cos^2 A}$$

$$= 1 - \frac{1-sin^2 A}{cos^2 A}$$

$$= \frac{cos^2 A}{cos^2 A} = 1$$

69. $2\sin\theta = 1 \quad \therefore \sin\theta = \frac{1}{2}$

Now $\cos^2 60^0 + \sec^2 30^0$

$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2$

$= \frac{1}{4} + \frac{4}{3}$

$= \frac{3+16}{12}$

$= \frac{19}{12}$

70. LHS= $\tan^2\theta + \cot^2\theta$

$= \sec^2\theta - 1 + \text{cosec}^2\theta - 1$

$= \sec^2\theta + \text{cosec}^2\theta - 2$

= RHS

71. $4\sin 30^0 + \cos 60^0 . \sec 60^0 - 3\tan 45^0$

$= 4\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}(2) - 3(1)$

= 2+1-3

= 0

72. $6\cos 60^0 - \sin 30^0 + \sin^2 45^0 + \cos^2 45^0$

$= 6\left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

= 3

73. $\frac{5cos^2 60 + 4sec^2 30 - tan^2 45}{sin 30 + sin}$

$= \frac{5\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1}{1}$

$= \frac{5}{4} + \frac{16}{3} - 1$

$= \frac{15+64-12}{12}$

$= \frac{67}{12}$

74. $\frac{\sec 60}{\cot 45} - \frac{2\sin 90}{\cos} + \frac{\tan 45}{cosec\ 30}$

$= \frac{2}{1} - \frac{2x1}{1} + \frac{1}{2}$

$= 2 - 2 + \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}$

75. $2cot^2\theta + 2 = 2(cot^2\theta + 1)$

$= 2(cosec^2\theta)$

$= 2\left(\frac{1}{sin^2\theta}\right)$

$= 2\left(\frac{1}{(\frac{1}{3})^2}\right) = \frac{2}{\frac{1}{9}} = \frac{18}{1}$

$= 18$

76. $2cos^2\theta + \frac{2}{1+cot^2\theta} = 2cos^2\theta + \frac{2}{cosec^2\theta}$

$= 2cos^2\theta + 2sin^2\theta$

$= 2\ (cos^2\theta + sin^2\theta)$

$= 2(1)$

$= 2$

77. $\frac{5}{cot^2\theta} - \frac{5}{cos^2\theta} = 5\left(\frac{1}{cot^2\theta} - \frac{1}{cot^2\theta}\right)$

$= 5(tan^2\theta - sec^2\theta)$

$= 5\ [tan^2\theta - (1 + tan^2\theta)]$

$= 5[tan^2\theta - 1 - tan^2\theta]$

$= 5(-1)$

$= -5$

78. $sec^2A\ (1+\sin A)(1-\sin A) = k$

$sec^2A\ (1-sin^2A) = k$

$\frac{1}{cos^2A}(cos^2A) = k$

$\therefore\ k = 1$

79. LHS $= \frac{sinA}{1-cotA} + \frac{cosA}{1-tan}$

$= \frac{sinA}{1-\frac{cosA}{sinA}} + \frac{cosA}{1-\frac{sinA}{cosA}}$

$= \frac{sinA}{\frac{sinA-cosA}{sinA}} + \frac{cosA}{\frac{cosA-sin}{cosA}}$

$= \frac{sin^2A}{sinA-cosA} + \frac{cos^2A}{cosA-sin}$

$= \frac{sin^2A-cos^2A}{sinA-cosA}$

$= \frac{(sinA-cosA)(sinA-cosA)}{(sinA-cos\ \ )}$

$= sinA + cosA$ = RHS

80. LHS $= \frac{1+cos}{sinA} - \frac{sinA}{1+cosA}$

$= \frac{(1+cosA)^2A-sin^2A}{sinA\,(1+cos\ \ )}$

$= \frac{1+cos^2A+2cosA-si\ \ ^2A}{sinA(1+cos\ \ )}$

$= \frac{1+cos^2A+2cosA-(1-cos^2A)}{sinA(1+cos\quad)}$

$= \frac{1+cos^2A+2cosA-1+cos^2A)}{sinA(1+cos\quad)}$

$= \frac{2cos^2A+2cosA}{sinA(1+cos\quad)}$

$= \frac{2co\quad(cosA+\ )}{sinA(1+cosA)}$

$= \frac{2cosA}{sinA}$

= 2 cotA =RHS

81. LHS = $\frac{1+sin}{cosA} - \frac{cosA}{1+sin}$

$= \frac{(1+sin\quad)^2A-cos^2A}{cosA\,(1+sin\quad)}$

$= \frac{1+sin^2A+2sinA-cos^2A}{cosA(1+sin\quad)}$

$= \frac{1+sin^2A+2sinA-(1-sin^2A)}{cosA(1+sin\quad)}$

$= \frac{1+sin^2A+2sinA-1+sin^2A)}{cosA(1+sin\quad)}$

$= \frac{2sin^2A+2si}{cosA(1+sin\quad)}$

$= \frac{2sin\quad(sinA+\ )}{cosA(1+sinA)}$

$= \frac{2sinA}{cosA}$

= 2tanA =RHS

82. LHS $= \frac{cos\theta - 2cos^3\theta}{2sin^3\theta - sin\theta}$

$= \frac{cos\theta(1-2cos^2\theta)}{sin\theta(2sin^2\theta-1)}$

$= \frac{cos\theta(sin^2\theta+cos^2\theta-2cos^2\theta)}{sin\theta(2sin^2\theta-sin^2\theta-c\quad {}^2\theta)}$

$= \frac{cos\theta(sin^2\theta-cos^2\theta)}{sin\theta(sin^2\theta-cos^2\theta)}$

$= \frac{cos\theta}{sin\theta}$

= cotθ = RHS

83. LHS $= \frac{\sin\theta-2sin^3\theta}{2cos^3\theta-\cos\theta}$

$= \frac{\sin\theta(1-2sin^2\theta)}{cos\theta(2cos^2\theta-1)}$

$= \frac{\sin\theta(cos^2\theta+sin^2\theta-2sin^2\theta)}{cos\theta(2cos^2\theta-cos^2\theta-sin^2\theta)}$

$= \frac{\sin\theta(cos^2\theta-sin^2\theta)}{\cos\theta(cos^2\theta-sin^2\theta)}$

$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

= tan θ = RHS

84. LHS $= \frac{\sin A-\cos A}{\sin A+\cos A} + \frac{\sin A+\cos A}{\sin A-\cos}$

$= \frac{(sinA-cosA)^2+(\sin A+\cos A)^2}{(\sin A+\cos A)\,(\sin A-\cos A)}$

$= \frac{sin^2A+cos^2A-2\sin A\cos A+si\quad {}^2A+cos^2A+2\sin A\cos}{sin^2A-cos^2A}$

$= \frac{1+1}{sin^2A-(1-sin^2A)}$

$= \frac{2}{sin^2A-1+sin^2A)}$

$= \frac{2}{2sin^2A-1}$ = RHS

85. X = $p \tan\Theta + q \sec\Theta$

Y = $p \sec\Theta + q\ tan\Theta$

x^2 = $(p tan\theta + q sec\theta)^2 = p^2tan^2\theta + q^2sec^2\theta + 2pq.tan\theta.sec\theta$ (1)

y^2 = $(p sec\theta + q tan\theta)^2 = p^2sec^2\theta + q^2tan^2\theta + 2pq\ tan\theta.Sec\theta$ (2)

समिकरण (1) – (2) केल्यास,

$x^2 - y^2 = p^2tan^2\theta + q^2sec^2\theta + 2pqtan\theta sec\theta - p^2sec^2\theta - q^2tan^2\theta - 2pqtan\theta sec\theta$

$= p^2(tan^2\theta - sec^2\theta) + q^2(sec^2\theta - tan^2\theta)$

$= p^2(tan^2\theta - sec^2\theta) - q^2(tan^2\theta - sec^2\theta)$

$= p^2(-1) - q^2(-1)$

$= -p^2 + q^2$

= RHS

86. LHS = $(\sec\Theta - \cos\Theta)(\csc\Theta - \sin\Theta)(\tan\Theta + \cot\Theta)$

$=\left\{\frac{1}{\cos\Theta} - cos\Theta\right\}\left\{\frac{1}{\sin\Theta} - \sin\Theta\right\}\left\{\frac{\sin\Theta}{\cos\Theta} + \frac{\cos\Theta}{\sin\Theta}\right\}$

$= \left\{\frac{1-cos^2\Theta}{cos\Theta}\right\}\left\{\frac{1-sin^2\Theta}{sin\Theta}\right\}\left\{\frac{sin^2\Theta+cos^2\Theta}{sin\Theta\cos\Theta}\right\}$

$= \left\{\frac{sin^2\Theta}{cos\Theta}\right\}\left\{\frac{cos^2\Theta}{sin\Theta}\right\}\left\{\frac{1}{sin\Theta\cos\Theta}\right\}$

= 1 = RHS

87. LHS = $\frac{secA+tanA-1}{tanA-secA+1}$

$= \frac{secA+tanA-(sec^2A-tan^2A)}{tanA-secA+1}$

$= \frac{(secA+tan\ \ )-(secA+tanA)(secA-tan\ \ )}{tanA-secA+1}$

$= \frac{(secA+tan\ \ )(1-(secA-tanA)}{tanA-secA+1}$

$= \frac{(secA+tanA)(1-secA+tanA)}{(tanA-secA+1)}$

$= secA + tanA$

$= \frac{1}{\cos A}+\frac{\sin A}{\cos A}$

$= \frac{1+\sin A}{\cos A}$ = RHS

88. LHS $= \frac{sin\theta}{1-cos\theta} + \frac{tan\theta}{1+cos\theta}$

$= \frac{sin\theta(1+cos\theta)+\tan\theta(1-cos\theta)}{(1-cos\theta)(1+cos\theta)}$

$= \frac{sin\theta+(si\ \ \theta cos\theta)+\tan\theta-\tan\theta cos\theta}{1-cos^2\theta}$

$= \frac{sin\theta+sin\theta cos\theta+\tan\theta-\mathrm{ta}\ \ \theta-si\ \ \theta}{sin^2\theta}$

$= \frac{sin\theta cos\theta+\tan\theta}{sin^2\theta}$

$=\frac{sin\theta cos\theta}{sin^2\theta}+\frac{\tan\theta}{sin^2\theta}$

$= \frac{cos\theta}{sin\theta}+\frac{1}{cos\theta}\frac{1}{sin\theta}$

$= \cot\theta + \sec\theta.\operatorname{cosec}\theta$ = RHS

89. LHS $= \frac{tanA-sinA}{tanA+sinA}$

$= \frac{\frac{sinA}{cosA}-sinA}{\frac{sinA}{cosA}+sinA}$

$= \frac{sinA(\frac{1}{cosA}-1)}{sinA(\frac{1}{cosA}+1)}$

$= \frac{sec}{secA+1}$ = RHS

90. $(sinA + cosecA)^2 + (cosA + secA)^2$

$= sin^2A + cosec^2A + 2sinA.cosecA + cos^2A + sec^2A + 2cosA.secA$

$= 1+1+cot^2A + 2sinA.\frac{1}{sinA}+1+tan^2A + 2cosA.\frac{1}{cosA}$

$= 2+cot^2A+2+1+tan^2A + 2$

$=7+tan^2A + cot^2A$ = RHS

91. LHS= secθ(1 – sinθ)(secθ +tanθ)

$= (sec\theta - sec\theta.sin\theta)$(secθ +tanθ)

$=(sec\theta - \frac{1}{sin\theta}.sin\theta)(\sec\theta+\tan\theta)$

$=(\sec\theta-\tan\theta)$ $(\sec\theta-\tan\theta)$

$=sec^2\theta - tan^2\theta$

$= 1+tan^2\theta - tan^2\theta$

= 1 RHS

92. LHS= cosecA(1 – cosA)(cosecA+cotA)

$= (\mathrm{co}sec\mathrm{A} - \mathrm{co}sec\mathrm{A.\ cosA})(\mathrm{cosecA} + \mathrm{cotA})$

$=(\mathrm{co}sec\mathrm{A} - \frac{1}{sin\mathrm{A}}.cosA)(\ \mathrm{cosecA} + \mathrm{cotA})$

=(cosecA-cotA) (cosecA-cotA)

$= cosec^2\mathrm{A} - cot^2\mathrm{A}$

$= 1 + cot^2\mathrm{A} - cot^2\mathrm{A}$

= 1 RHS

93. डावी बाजू = (cosecA−sin A) (sec A−cosA)

$= (\frac{1}{sinA} - \mathrm{sinA})\ (\frac{1}{cosA} - \mathrm{cosA})$

$= (\frac{1 - sin^2A}{sinA})\ (\frac{1 - cos^2A}{cosA})$

$= \frac{cos^2A}{sinA}\ X\ \frac{sin^2A}{cosA}$

= sinA cosA ....(1)

उजवी बाजू $= \frac{1}{tanA + cot}$

$= \frac{1}{\frac{sinA}{cosA} + \frac{cosA}{sinA}}$

$= \frac{1}{\frac{sin^2A + cos^2A}{sinA.cosA}}$

$= \frac{sinA.cosA}{1}$

= sin A cosA ....(2)

(1) आणि)2) वरून, सिद्ध झाले.

डावी बाजू = उजवी बाजू

94. डावी बाजू = $\sqrt{\frac{1+cosA}{1-cosA}}$

$= \sqrt{\frac{1+cosA}{1-cosA} X \frac{1+cosA}{1+cos}}$

$= \sqrt{\frac{(1+cosA)^2}{1-cos^2A}}$

$= \sqrt{\left(\frac{1+cos}{sinA}\right)^2}$

$= \frac{1+cos}{sinA}$

$= \frac{1}{sinA} + \frac{cosA}{sinA}$

= cosecA+cotA

= उजवी बाजू

95. डावी बाजू = $\sqrt{\frac{1+sin}{1-sin}}$

$= \sqrt{\frac{1+sin}{1-sin} X \frac{1+si}{1+sinA}}$

$= \sqrt{\frac{(1+sin\ \ )^2}{1-sin^2A}}$

$= \sqrt{\frac{(1+sin\ \ )^2}{cos^2A}}$

$= \frac{1+sin}{cosA}$

$= \frac{1}{cosA} + \frac{sinA}{cosA}$

= sec A+ tan A = उजवी बाजू

96. डावी बाजू = (sec A−cosA) (cot A+ tan A)

$= (\frac{1}{cosA} - \text{cosA}) (\frac{cosA}{sinA} + \frac{sinA}{cosA})$

$= \left(\frac{1-cos^2A}{cosA}\right)\left(\frac{sin^2A+cos^2A}{sinA.cosA}\right)$

$= \left(\frac{sin^2A}{cosA}\right)\left(\frac{1}{sinA.cosA}\right)$

$= \left(\frac{sinA}{cosA}\right)\left(\frac{1}{cosA}\right)$

= tan A.sec A

= उजवी बाजू

97. डावी बाजू = (cosecA−sinA) (tan A+cotA)

$= \left(\frac{1}{sinA} - sinA\right)\left(\frac{sinA}{cosA} + \frac{cosA}{sinA}\right)$

$= \left(\frac{1-sin^2A}{sinA}\right)\left(\frac{sin^2A+cos^2A}{sinA.cosA}\right)$

$= \left(\frac{cos^2A}{sinA}\right)\left(\frac{1}{sinA.cosA}\right)$

$= \left(\frac{cosA}{sinA}\right)\left(\frac{1}{sinA.}\right)$

= cot A cosec A

= उजवी बाजू

98. tan θ =$\sqrt{3}$, ∴θ=60°

$\frac{4sin\theta-cos\theta-1}{4sin\theta+cos\theta+1}$

$= \frac{4sin6\ \ °-cos60°-1}{4sin6\ \ °+cos60°+1}$

$$= \frac{4X\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - 1}{4\ X\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} + 1}$$

$$= \frac{2\sqrt{3} - \frac{3}{2}}{2\sqrt{3} + \frac{3}{2}}$$

$$= \frac{\frac{4\sqrt{3}-3}{2}}{\frac{4\sqrt{3}+3}{2}}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}-3}{4\sqrt{3}+3}$$

99. $\frac{2\,c\quad(90° - 30°) + tan4\quad° - \sqrt{3}cosec60°}{\sqrt{3}sec30° + 2cos60° + co\qquad°}$

$$= \frac{2cos6\quad° + tan45° - \sqrt{3}cosec60°}{\sqrt{3}sec30° + 2cos60° + cot45°}$$

$$= \frac{2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 - \sqrt{3}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)}{\sqrt{3}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) + 2\left(\frac{1}{2}\right) + 1}$$

$$= \frac{1+1-2}{2+1+1}$$

$$= \frac{2-2}{4}$$

$= \frac{0}{4}$ = 0

100. डावी बाजू = $\frac{cos^3\theta + sin^3\theta}{cos\theta + sin} + \frac{cos^3\theta - sin^3\theta}{cos\theta - sin\theta}$

$$= \left[\frac{(cos\theta + sin\theta)(co\ \ ^2\theta + sin^2\theta - cos\theta sin}{cos\theta + sin\theta}\right] + \left[\frac{(cos\theta - sin\theta)(cos^2\theta + sin^2\theta + sin\theta cos\theta}{cos\theta - sin\theta}\right]$$

$$= \left[\frac{(cos\theta + sin\quad)(1 - cos\theta sin\theta)}{cos\theta + sin\theta}\right] + \left[\frac{cos\theta - sin\theta)\ (1 + cos\theta sin\theta)}{cos\theta - sin\theta}\right]$$

= (1-cosθsinθ) + (1+ cosθ sinθ)

$= 1 - \cos\theta\sin\theta + 1 + \cos\theta\sin\theta$

$= 2 = \text{RHS}$

9- त्रिकोणामितीचे काही उपयोग

शिकण्याचे मुद्दे:

- उन्नत कोन
- अवनत कोन
- दृष्टी रेषा
- उपयोजित प्रश्न

प्रश्नांची संख्या: ३६

- सोपे११ :
- मध्यम१९ :
- कठीण६ :

I. खालील प्रश्नांसाठी अपूर्ण विधानांसाठी चार पर्याय/दिले आहेत १) योग्य पर्याय निवडा आणि त्याचे अक्षर लिहा . (गुण

1. जमिनीवरील एका मनोऱ्याच्या सावलीची लांबी मनोऱ्याच्या उंचीच्या 3 पट आहेसूर्याच्या उन्नयन कोनाचे माप . किती? (सोपे(A) 45० B) 30० C) 60० D) 90०
2. 6m उंचीच्या एका मनोऱ्याची सावली जमिनीवर $2\sqrt{3}$पडत असेल, तर सूर्याच्या उन्नत कोनाचे माप किती? (सोपे(

   A) 60° B) 45° C) 90° D) 30°

3. एका मनोऱ्याची उंची आणि त्याच्या सावलीची जमिनीवरील लांबी यांचे गुणोत्तर 1:3 आहेसूर्याच्या उन्न .त कोनाचे माप किती? (सोपे(

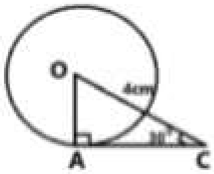
   A) 30° B) 45° C) 60° D) 75°

4. दिवसाच्या एका विशिष्ट वेळी, जर एका मनोऱ्याच्या सावलीची लांबी त्याच्या उंची एवढी असेल, तर सूर्याच्या उन्नत कोनाचे माप किती? (सोपे(

   A) 30° B) 60° C) 90° D) 45°

5. एका वर्तुळात, केंद्र 'O' AC ला 'A' येथे स्पर्शिका आहे जर .OC=4cm आणि ∠ACO=30० असेल, तर वर्तुळाची त्रिज्या किती? (MQP 2021 कठीण(

A) 3 cm B) 43 cm C) 2 cm D) 3 cm

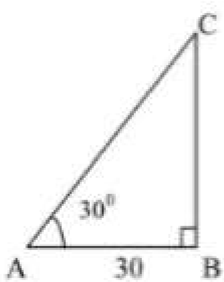


II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या)1 गुण(

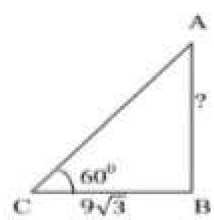
6. एक व्यक्ती इमारतीच्या पायापासून 10 मीटर अंतरावर उभी असून, इमारतीच्या माथ्याचे 45° कोनातून निरीक्षण करते(सोपे) .इमारतीची उंची शोधा .
7. क्षितिज समांतर रेषेच्या वर असलेल्या दृष्टी रेषेने तयार केलेल्या कोणाचे नाव सांगा(सोपे) .
8. क्षितिज समांतर रेषेच्या खाली असलेल्या दृष्टी रेषेने तयार केलेल्या कोणाचे नाव सांगा(सोपे) .
9. एक शिडी जमिनीवर 60° कोनात ठेवली असता, ती भिंतीला टेकते भिंतीपासून शिडीचा पाय .6 मीटर दूर असल्यास, शिडीची लांबी शोधा(सोपे) .
10. दिवसाच्या एका विशिष्ट वेळी, एका झाडाची उंची आणि सावलीची लांबी समान असते, तर सूर्याच्या उन्नयन कोणाचा शोध घ्या(सोपे) .

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या)2 गुण(

11. एका मनोऱ्याच्या माथ्याचा जमिनीवरील एका बिंदूतून उन्नत कोन 30° आहे, जो मनोऱ्याच्या पायापासून 30 मीटर दूर आहे) .मनोऱ्याची उंची शोधा .MQP 2019. सोपे(

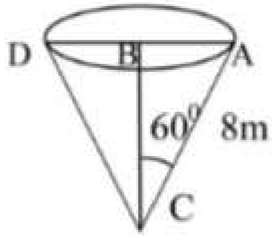


12. एका उभ्या मनोऱ्याच्या माथ्याचा जमिनीवरील एका बिंदूतून उन्नत कोन 60° आहे, जो मनोऱ्याच्या पायापासून 93

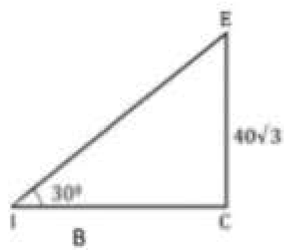


मीटर दूर आहे) .मनोऱ्याची उंची शोधा .MQP 2019. सोपे(

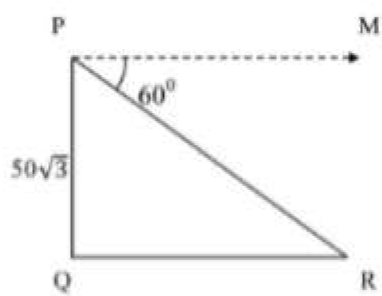
13. एका लंबवर्तुळाकार शंकूच्या तळाचा व्यास शोधा, ज्याची तिरकस उंची 8 सेमी आणि अर्ध शिरोबिंदू कोन-60° आहे. (MQP 2020. सरासरी(



14. जमिनीवर उभा असलेला एक व्यक्ती 40√3 मीटर उंचीच्या पवनचक्कीच्या शिखराकडे 30° च्या उन्नत कोनातून पाहतो.व्यक्ती आणि पवनचक्कीच्या पायामधील अंतर शोधा . (सरासरी(

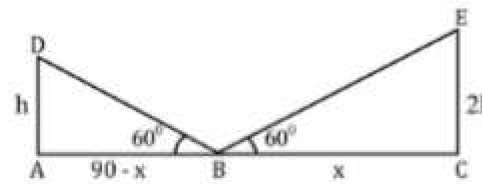


15. 50√3 मीटर उंचीच्या इमारतीच्या छतावरून एक व्यक्ती जमिनीवरील एका वस्तूचे 60° च्या अवनमन कोनातून निरीक्षण करतो. इमारतीपासून वस्तूचे अंतर शोधा. (MQP 2020. सरासरी प्रश्न १६: एका शेताच्या दोन्ही बाजूंना 50 मी आणि 403 मी उंचीच्या दोन पवनचक्क्या आहेत. एक व्यक्ती त्यांच्या मधील एका बिंदूतून पवनचक्क्यांच्या शिखरांकडे पाहतो. उन्नत कोन 45° आणि 30° असल्याचे आढळले. पवनचक्क्यांमधील अंतर शोधा. (जून 2019, सरासरी)

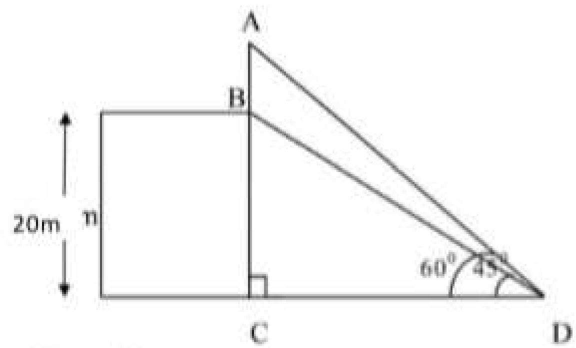


16. रस्त्याच्या दोन्ही बाजूंना दोन उभ्या खांब आहेत रस्त्याची रुंदी .90 फूट आहे आणि खांबांच्या उंचीचे गुणोत्तर 1:2 आहे . रस्त्यावरील त्यांच्या मधील एका बिंदूतून खांबांच्या शिखरांचा उन्नत कोन 60° आहे) .खांबांची उंची शोधा .SLP 2020, (सरासरी)

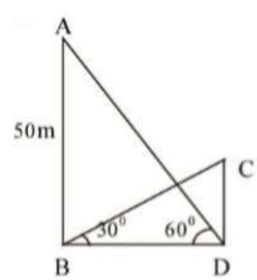
17. जमिनीवरील एका बिंदूतून, 20 मीटर उंच इमारतीच्या वर बसवलेल्या ट्रान्समिशन टॉवरच्या वरच्या आणि खालच्या बाजूचे उन्नत कोन अनुक्रमे 60° आणि 45° आहेत) .ट्रान्समिशन टॉवरची उंची शोधा .MQP-1 2021, (सरासरी)



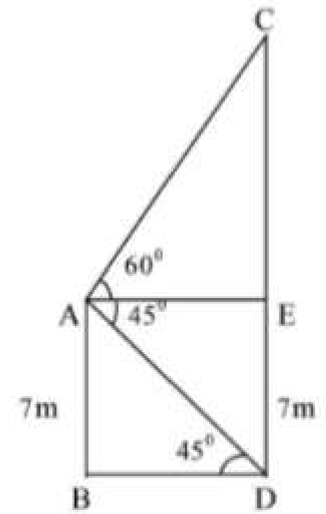
18. जमिनीवरील एका बिंदूतून, 20 मीटर उंच इमारतीच्या वर बसवलेल्या ट्रान्समिशन टॉवरच्या वरच्या आणि खालच्या बाजूचे उन्नत कोन अनुक्रमे 60◦ आणि 45◦ आहेत .ट्रान्समिशन टॉवरची उंची शोधा .)MQP-1 2021, सरासरी(



19. एक टॉवर आणि एक इमारत एकाच सपाट जमिनीवर उभे आहेतटॉवरच्या पायापासून इमारतीच्या . शिखराचा उन्नत कोन 30◦ आहे आणि इमारतीच्या पायापासून टॉवरच्या शिखराचा उन्नत कोन 60◦ आहे . जर टॉवर50 मी उंच असेल, तर इमारतीची उंची शोधा) .MQP 2022, सरासरी(

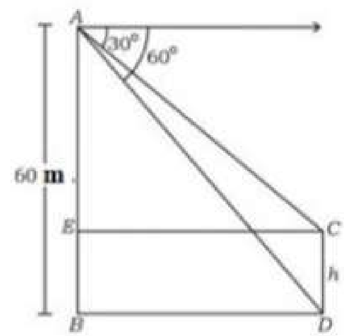


20. एक केबल टॉवर आणि एक इमारत एकाच सपाट जमिनीवर उभे आहेत इमारतीची उंची .7m आहे, केबल टॉवरच्या शीर्षातून इमारतीच्या माथ्याकडे पाहिले असता उन्नत कोन 60◦ आहे आणि तिच्या पायाकडे पाहिले असता अवनत कोन 45◦ आहे.शोधा टॉवरची उंची . (जून 2022, सरासरी(

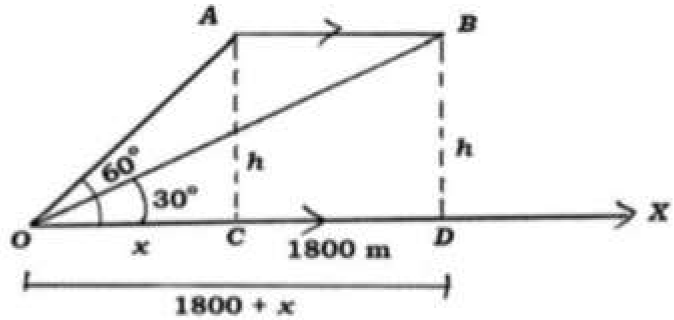


V. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या)4 गुण(

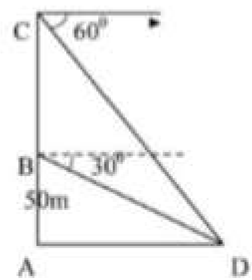
21. एक टॉवर आणि एक खांब एकाच सपाट जमिनीवर उभे आहेतटॉवरच्या माथ्यावरून खांबाच्या . माथ्याकडे आणि पायाकडे पाहिले असता अवनत कोन अनुक्रमे 30◦ आणि 60◦ असल्याचे आढळले . टॉवरची उंची60 m असल्यास, खांबाची उंची शोधा. (जून 2020, सरासरी(



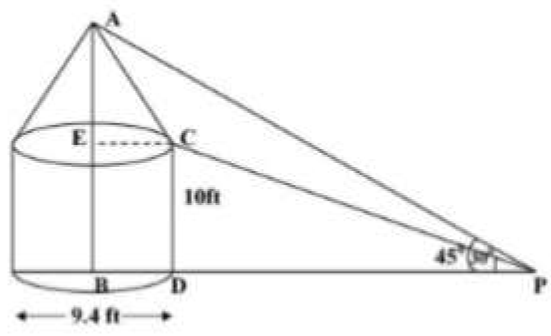
22. एक विमान आकाशात जमिनीला समांतर A बिंदूतून B बिंदूपर्यंत उडत आहेजमिनीवरील एका . बिंदूतूनA बिंदूपाशी विमानाचा उन्नत कोन 60◦ असल्याचे आढळले, 10 सेकंदांनंतर त्याच बिंदूतून B बिंदूपाशी विमानाचा उन्नत कोन 30◦ असल्याचे आढळले जर विमानाचा वेग .648 km/hr असेल, तर विमान किती उंचीवर उडत आहे ते शोधा. (घेऊन 3=1.73) (सप्टेंबर 2020, सरासरी(



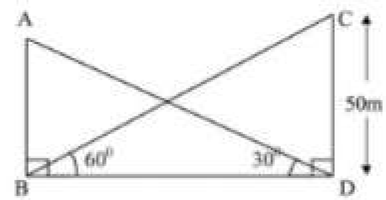
23. उभ्या टॉवरच्या माथ्यापासून जमिनीवरील एका बिंदूकडे पाहिले असता अवनत कोन 60◦ असल्याचे आढळले आणि टॉवरच्या पायापासून 50m वर असलेल्या बिंदूतून त्याच बिंदूकडे पाहिले असता अवनत कोन 30◦ असल्याचे आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे आढळले.टॉवरची उंची शोधा . (MQP 2022, सरासरी(



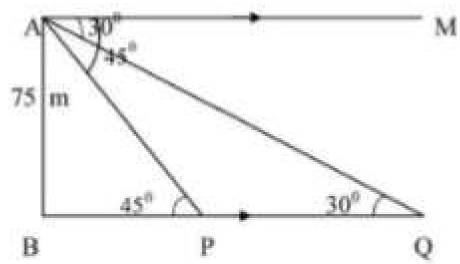
24. प्रश्न: एक इमारत जमिनीवर एका शंकूच्या आकाराच्या कबरीच्या स्वरूपात आहे, जी 10 फूट उंचीच्या सिलेंडरने वेढलेली आहे, जसे चित्रात दाखवले आहे .P बिंदूतून जमिनीवरील समान उंचीवर असलेल्या सिलेंडरच्या वरच्या टोकाचा उन्नयन कोन 30° आहे आणि शंकूच्या शिरोबिंदूचा उन्नयन कोन 45° आहेजर सिलेंडरच्या बाहेरील क .डाचा व्यास 9.4 फूट असेल, तर शंकूच्या आकाराच्या कबरीची उंची शोधा. (SLP 2022 .सरासरी(



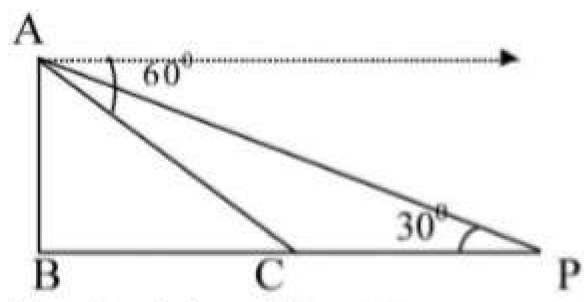
25. प्रश्न: एका इमारतीच्या छतावरून एका बुरुजाच्या पायाचा उन्नयन कोन 30° आहे आणि बुरुजाच्या छतावरून इमारतीच्या पायाचा उन्नयन कोन 60° आहेदोन्ही बुरुज आणि इमारत एकाच पातळी .वर आहेत जर बुरुजाची उंची .50 मी असेल, तर इमारतीची उंची शोधा. (एप्रिल 2022 .सरासरी(



26. प्रश्न: समुद्राच्या पातळीपासून 75 मी उंचीच्या दीपगृहावरून पाहिले असता, दोन जहाजांचे अवनमन कोन 30° आणि 45° आहेतजर एक जहाज दुसऱ्या जहाजाच्या अगदी मागे समान बाजूला असेल ., तर दोन्ही जहाजांमधील अंतर शोधा. (MQP 2023 , एप्रिल 2020- सरासरी(

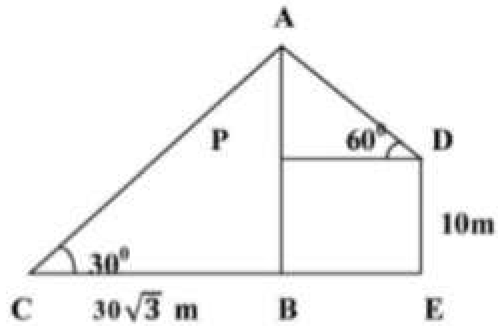


27. प्रश्न: जमिनीवर उभ्या असलेल्या एका इमारतीच्या छतावरून, जमिनीवरील 'C' बिंदूचा अवनमन कोन 60° आहे जेव्हा इमारत .'C' बिंदूतून सरळ रेषेत 'P' बिंदूपर्यंत हलते आणि 'P' बिंदूमधून 'C' पर्यंतच्या अंतराचा उन्नयन कोन 30° असतो (आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे), तेव्हा दाखवा की 'C' पासून 'P' पर्यंतचे अंतर BC च्या दुप्पट आहे. (MQP 2023 , सरासरी(

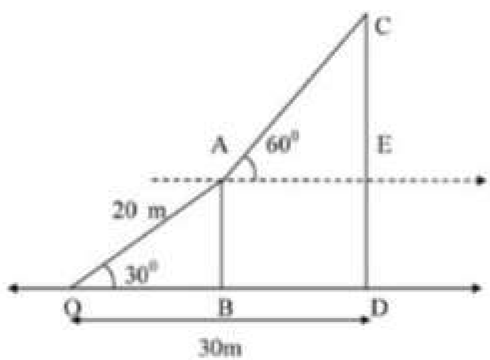


28. प्रश्न: एक बुरुज आणि एक इमारत जमिनीवर उभ्या आहेतबुरुजाच्या छतावरून आणि .
इमारतीवरून जमिनीवरील एका बिंदूचे उन्नयन कोन अनुक्रमे30° आणि 60° आहेतजर बुरुजाच्या .

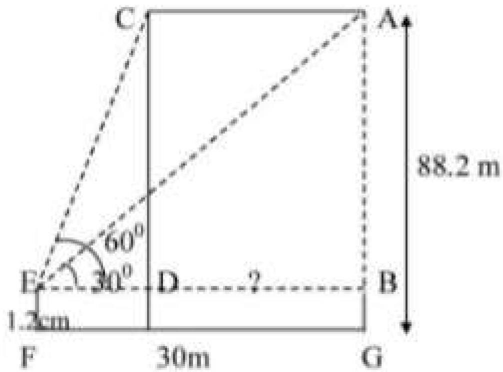
पायापासून त्या बिंदूचे अंतर30√3 मी असेल आणि इमारतीची उंची 10 मी असेल, तर बुरुजाच्या पायापासून इमारतीच्या पायापर्यंतचे अंतर आणि त्यांच्या छतांमधील अंतर शोधा. (SLP 2023 , सरासरी(



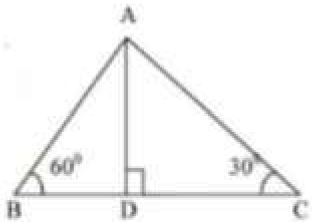
29. प्रश्न: दिलेल्या आकृतीत, एक दोरी एका उभ्या खांबाच्या वरच्या टोकाशी घट्ट बांधलेली आहे आणि ती जमिनीवरच्या खुंटीला बांधलेली आहे, ज्यामुळे दोरी जमिनीसोबत 30° चा कोन करतेएक सर्कस . कल‌ाकार दोरीवर चढतो, खांबाच्या वरच्या टोकापर्यंत पोहोचतो आणि तिथून दुसऱ्या खांबाच्या वरच्या टोकाचा उन्नयन कोन 60° असल्याचे त्याला दिसते जर लांब खांबाच्या पायापासूनचे अंतर .30 मी असेल, तर या खांबाची उंची शोधा वर्गमूळ) .3 = 1.73 घ्या((एप्रिल 2023 , कठीण(



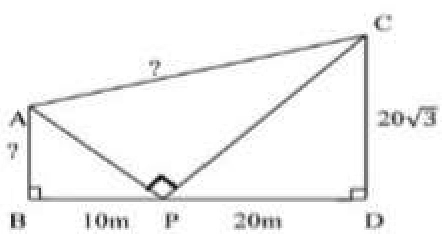
३०. १ .मी उंचीवर क्षैतिज रेषेत वाऱ्यासोबत जाणारा फुगा पाहते मी उंचीची एक मुलगी ८८.२ २.कोणत्याही क्षणी मुलीच्या डोळ्यांतून फुग्याचा उन्नत कोन ६०° आहेकाही वेळाने उन्नत कोन ३० .° पर्यंत कमी होतो जून २०२३) .फुग्याने प्रवास केलेले अंतर शोधा .(पहा आकृती), सरासरी(



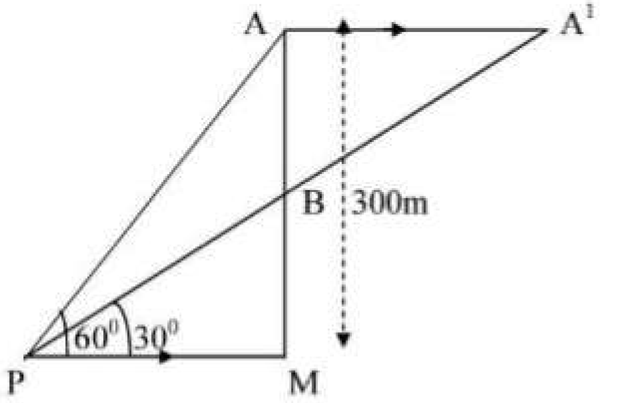
३१. △ABC मध्ये, AD⊥BC. जर ∠ABC=60◦, ∠ACB=30◦ आणि BC=36 सेमी, तर AB, AC आणि AD ची मापे शोधा) .MQP २०२४, सरासरी(



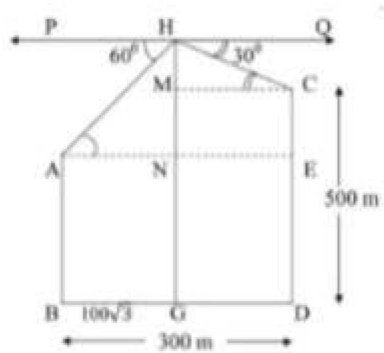
३२. आकृतीत, AB आणि CD हे वेगवेगळ्या उंचीचे दोन खांब जमिनीवर उभे आहेतबिंदू . P पासून खांबांच्या पायथ्याला जोडणाऱ्या रेषेवरील खांबांच्या शिखरांपर्यंतचा उन्नत कोन मोजामनोऱ्याची उंची . CD आणि अंतर PD अनुक्रमे २०३ मी आणि २० मी आहेतजर . ∠APC=९०◦ आणि BP १० मी असेल, तर खांब AB ची लांबी आणि खांबांच्या शिखरांमधील अंतर AC शोधा(अवघड) .



३३. दोन पतंग ‘A’ आणि ‘B’ क्षैतिज जमिनीपासून १०० मी वर उडत आहेत, जसे आकृतीत दाखवले आहे . बिंदू P पासून पतंग ‘A’ आणि ‘B’ चे उन्नत कोन अनुक्रमे ६०° आणि ३०° आहेत) दोन पतंग .A’B’) मधील अंतर शोधाकाही वेळाने जेव्हा पतंग . A’ ची दोरी तुटते, तेव्हा ती क्षैतिज रेषेत फिरते आणि P,B,A’ एकाच रेषेत येतात, तर पतंग)A’B’) मधील अंतर शोधाजून २०२४) ., अवघड(

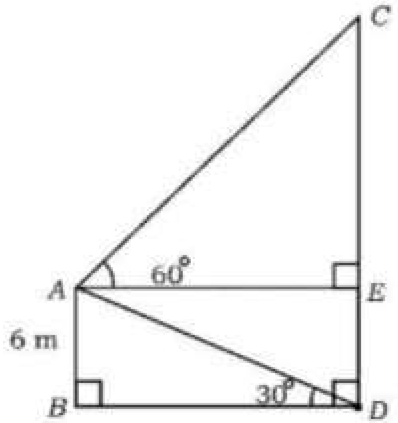


३४. जमिनीवर ३०० मी अंतरावर दोन उभे मनोरे आहेतएका हेलिकॉप्टरमधील सैनिक जमिनीपासून . मनोऱ्यांच्या शिखरांपर्यंतचे अवनत कोन ६०° आणि ३०° असल्याचे पाहतो जर उंच मनोऱ्याची उंची ५०० . मी आणि हेलिकॉप्टरपासून जमिनीपर्यंतचे अंतर १००३ मी असेल, तर लहान मनोऱ्याची उंची शोधा . २०२४ ३-एक्झाम), अवघड(

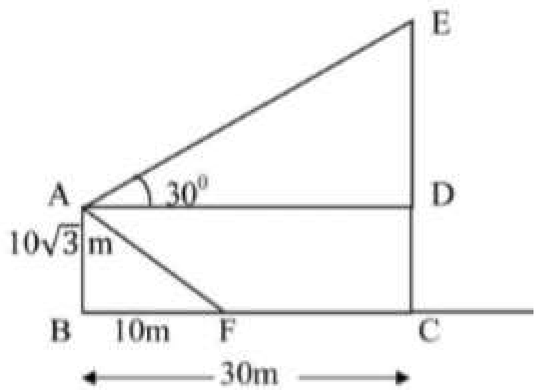


VI. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (गुण ५)

३५. एक खांब आणि एक मनोरा एका सरळ जमिनीवर उभे आहेतमी आहे आणि खांबाची उंची ६ . मनोऱ्याच्या पायथ्यापासून मनोऱ्याच्या शिखरापर्यंतचा उन्नत कोन ३०° आहेमनोऱ्याच्या शिख .रापासून खांबाच्या शिखरापर्यंतचा उन्नत कोन ६०° आहे, जसे आकृतीत दाखवले आहे) मनोऱ्याची उंची .CD) शोधा) खांब आणि मनोरा यांच्यातील अंतर .AC) देखील शोधाएप्रिल २०२९) ., अवघड(



३६. एका दीपगृहाची उंची १०३ मी आहे आणि ते समुद्राच्या किनाऱ्यावर उभे आहे) एक मनोरा .CE) आणि एक जहाज)F) अनुक्रमे दीपगृहाच्या पायथ्यापासून ३० मी आणि १० मी अंतरावर उभे आहेत . मनोऱ्याच्या शिखरापासून दीपगृहाच्या शिखरापर्यंतचा उन्नत कोन ३०° आहेमनोऱ्याची उंची आणि .) दीपगृह व जहाज यांच्यातील अंतरAE) शोधा दीपगृहाच्या शिखरापासून जहाजापर्यंत तयार .झालेला अवनत कोन देखील शोधा(अवघड) .



I. बहुपर्यायी प्रश्न

1. B) 30°
2. A) 60°
3. C) 60°
4. D) 45°
5. C) 2 सेमी

II. एक मार्काचे प्रश्न

6. 10 मी

7. उन्नयन कोन (Angle of elevation)

8. अवनमन कोन(Angle of depression)

9. 12 मी

10. 45०

V. दोन मार्काचे प्रश्न

11. उन्नयन कोन = 30° बिंदू AB पासून टॉवरचे अंतर AB = 30 मी आहे. टॉवरची उंची BC = ?

tanθ=लगतची बाजूविरुद्ध बाजू=ABBC

tan30°=30BC

31=30BC

BC=330×1=330 मी

BC=103 मी हे) 30/3 ला सोपे रूप दिल्यावर येते, कारण 30/3=(303)/(33)=303/3=103)

12. टॉवरची उंची AB मानूया. टॉवरच्या पायथ्यापासून बिंदूपर्यंतचे अंतर 93 मी आहे. उन्नयन कोन = 60°

△ABC मध्ये tanθ=BCAB

tan60°=93AB

3=93AB

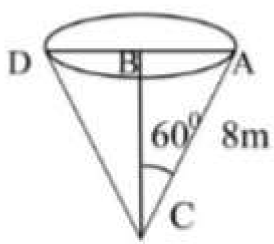
AB=3×93

AB=9×3

AB=27 मी

AB = 93×3 AB = 9×3=27 मी ∴ टॉवरची उंची AB = 27 मी

13.



sinθ=कर्णविरुद्ध बाजू=ACAB

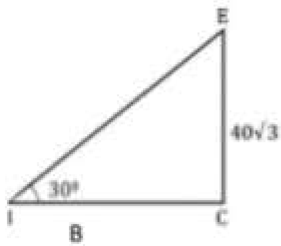
sin60°=8AB

23=8AB

AB=43 मी

∴ व्यास =AD = 2×43 मी = 83 मी

14.



△BCE मध्ये

tanθ=BCCE

tan30°=BCCE

tan30°=BC403

31=BC403

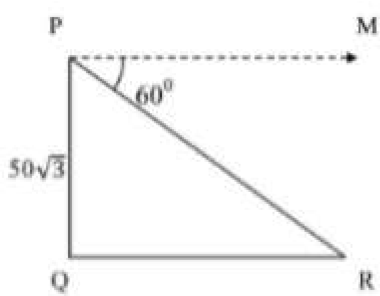
BC=403×3

BC=40×3

BC=120 मी

∴ व्यक्ती आणि पवनचक्कीच्या पायथ्यामधील अंतर = 120 मी

15.



इमारतीची उंची = 503 मी अवनमन कोन = 60° इमारतीच्या पायथ्यापासून वस्तूचे अंतर QR = ?

$\angle MPR=\theta=60^\circ$ $\angle PRQ=\theta=60^\circ$ [$\angle PMI$, QR, एकांतर कोन)Alternate angles)]

$\tan 60^\circ=QRPQ$

$3=QR503$

$QR=3503$

QR=50 मी

∴ इमारतीच्या पायथ्यापासून वस्तूचे अंतर =QR = 50 मी

IV. तीन मार्कांचे प्रश्न

16. पवनचक्कींमधील अंतर =AB + BC = ?

$\triangle ABD$ मध्ये $\tan\theta=ABAD$

$\tan 45^\circ=AB50$

$1=AB50$

AB=50 मी

$\triangle BCE$ मध्ये $\tan\theta=BCCE$

$\tan 30^\circ=BC403$

$31=BC403$

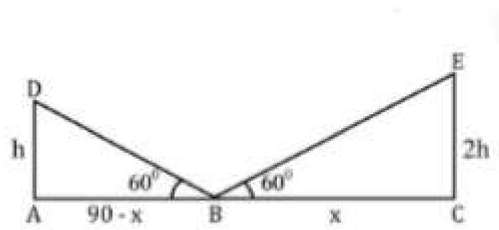
$BC=403\times3$

$BC=40\times3$

BC=120 मी

∴ पवनचक्कींमधील अंतर =AB + BC = 50+120=170 मी.

17.



रस्त्याची रुंदी =AC = 90 फूट छोट्या खांबाची उंची =AD = h = ? मोठ्या खांबाची उंची =CE = 2h = ? उन्नयन कोन = 60° AB = x मानू, तर BC = 90−x

△ABD मध्ये tan60°=ABAD

3=xh

h=x3 ------(1)

△BCE मध्ये tan60°=BCCE

3=90−x2h

2h=(90−x)3

h=2(90−x)3 ---------(2)

समीकरण)1) आणि)2) वरून,

2(90−x)3=x3

(90−x)=2x

180−2x=x

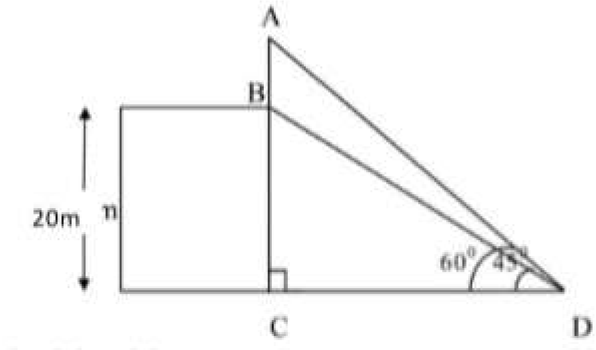
3x=180

x=60

x=60 हे समीकरण)1) मध्ये टाकल्यास: h=(90−60)3=303 मी

छोट्या खांबाची उंची =AD = h=303 फूट मोठ्या खांबाची उंची =CE = 2h=603 फूट

18.



इमारतीची उंची =BC = 20 मी उन्नयन कोन = θ=60° आणि 45° ट्रान्समिशन टॉवरची उंची =AB = ?

△BCD मध्ये tanθ=CDBC

tan45°=CD20

1=CD20

∴CD=20 मी

△ACD मध्ये tanθ=CDAC

tan60°=CDAB+BC

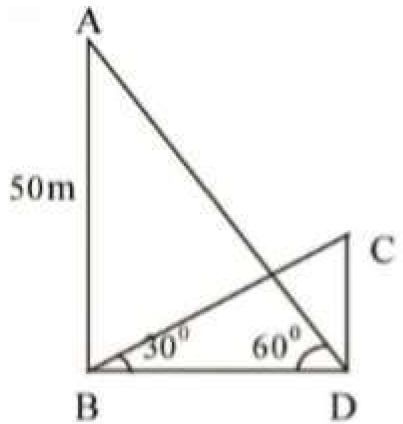
3=20AB+20

203=AB+20

AB=20(3−1) मी

∴ ट्रान्समिशन टॉवरची उंची =AB = 20(3−1) मी

19.



△ABD मध्ये tan60°=BDAD

3=BDAD

BD=3AD ---------(1)

△BDC मध्ये tan30०=BDBC

31=BDDC

BD=3·DC ---------(2)

समीकरण)1) आणि)2) वरून

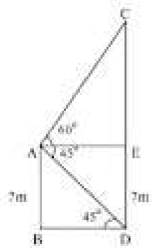
3·DC=3AD

3·DC=AD

DC=350

∴ इमारतीची उंची =DC = 350 मी = 16.67 मी

20. इमारतीची उंची =7 मी. टॉवरची उंची =CD = CE + DE = ? ∴ AB || CD, AB = DE = 7 मी आणि AE = BD.



∠BDA=45° △ABD मध्ये tan45°=BDAB

1=BDAB

BD=AB

BD=7 मी

△ACE मध्ये tan60∘=AECE

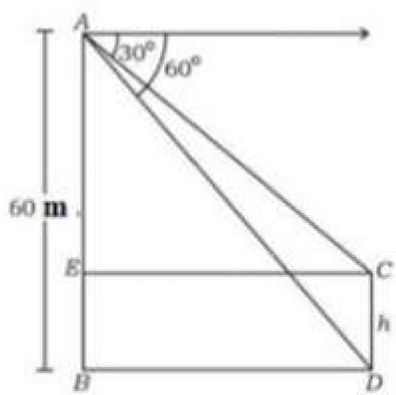
3=7CE

CE=73 मी

∴ टॉवरची उंची =CE + DE = 73+7=7(3+1) मी

V. चार मार्कांचे प्रश्न

21.



टॉवरची उंची =60 मी. खांबाची उंची =CD = h मी आणि .BE = CD = h मी.

BD = EC = x मानू. ∴AE=(60−h) मी. ∠ACE=30° ∠ADB=60°

△AEC मध्ये tan30°=ECAE

31=x60−h

x=3(60−h) ---------(1)

△ABD मध्ये tan60°=BDAB

3=x60

x=360 ---------(2)

समीकरण)1) आणि)2) वरून

3(60−h)=360

3(60−h)=60

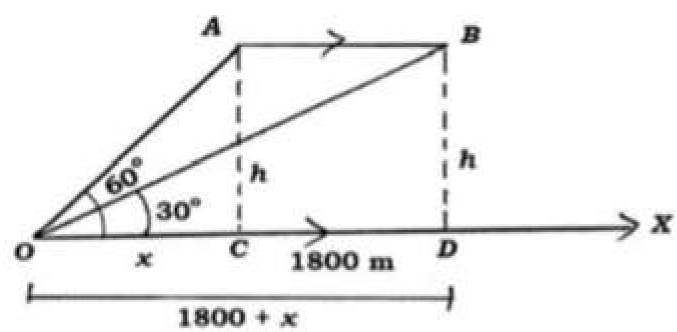
60−h=360

60−h=20

h=60−20

h=40 मी

प्रश्न 22



ध्रुवाची उंची = CD=40m

वेग = 648किमी/तास=648∗(5/18)मीटर/सेकंद=180मीटर/सेकंद

10 सेकंदांनंतर विमानाने कापलेले अंतर = 180∗10=1800मीटर

आकृतीमध्ये OC=x, CD=1800m, OD=1800+x

त्रिकोण OAC मध्ये, कोणC=90∘, tanθ=AC/OC

tan60∘=h/x

sqrt(3)=h/x

h=x∗sqrt(3) --- (i)

त्रिकोण ODB मध्ये, कोणD=90∘, tanθ=BD/OD

tan30∘=h/(1800+x)

1/sqrt(3)=h/(1800+x)

समीकरण)i) मधील 'h' ची किंमत या समीकरणात ठेवल्यास:

x∗sqrt(3)/sqrt(3)=(1800+x)

x∗3=1800+x

3x−x=1800

2x=1800

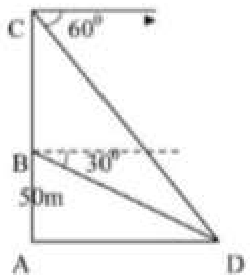
x=1800/2

x=900

म्हणून: h=sqrt(3)∗x=900∗sqrt(3)=900∗1.73

h=1557m

प्रश्न 23:



मनोऱ्याची उंची = AC=?

टावरच्या पायथ्यापासून बिंदू B पर्यंतचे अंतर = AB=50m.

अवनतीचे कोन 60° आणि 30°

त्रिकोण ADB मध्ये, कोणADB=30°

त्रिकोण ADC मध्ये, कोणADC=60°

त्रिकोण ABD मध्ये, tanθ=AB/AD

tan30°=50/AD

1/sqrt(3)=50/AD

AD=50∗3m ----------(1)

त्रिकोण ADC मध्ये, tan60°=AC/AD

3=AC/(50∗3)

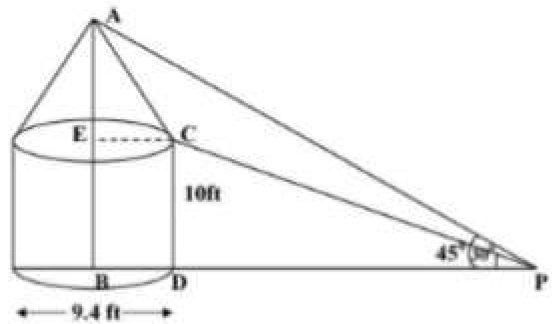
AC=50∗3∗3

AC=50∗3

AC=150m

∴ मनोऱ्याची उंची AC=150m

प्रश्न 24:



दंडगोलाची उंची = CD=10फूट

शंकूच्या आकाराच्या कबरीची उंची = AE=?

उन्नतीचे कोन θ=30∘ आणि 45∘

त्रिकोण PCD मध्ये, tanθ=CD/PD

tan30∘=10/PD

1/3=10/PD

PD=10∗3=10∗1.73=17.3फूट

दंडगोलाचा व्यास = 9.4फूट

त्रिज्या = BD=4.7फूट

म्हणून, BP=BD+PD=4.7+17.3=22फूट

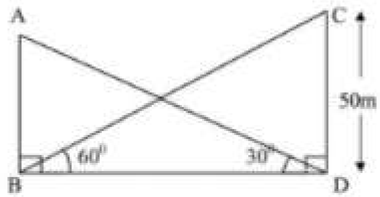
त्रिकोण ABP मध्ये, tan45∘=AB/BP

1=AB/22

AB=22फूट

शंकूच्या आकाराच्या कबरीची उंची = AE=AB−EB=22−10=12फूट

प्रश्न 25:



त्रिकोण ABC मध्ये, tan60∘=AB/BC

3=50/BC

BC=50/3 ----------(1)

त्रिकोण ABD मध्ये, tan30∘=AB/BD

1/3=AB/BD

BD=3∗AB ----------(2)

(1) आणि)2) वरून:

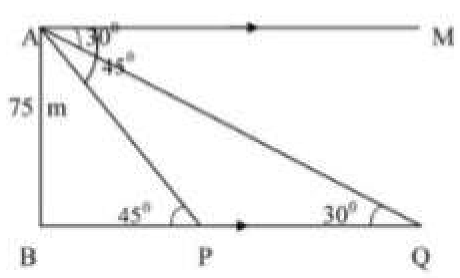
3∗AB=50/3

AB=50/(3∗3)

AB=50/3m

∴ इमारतीची उंची = AB=50/3m

प्रश्न 26:



दोन जहाजांमधील अंतर $=PQ$

त्रिकोण ABP मध्ये, $\tan 45^\circ = AB/BP$

$1 = 75/BP$

$BP = 75$

त्रिकोण ABQ मध्ये, $\tan 30^\circ = AB/BQ$

$1/3 = 75/BQ$

$BQ = 75 * 3$

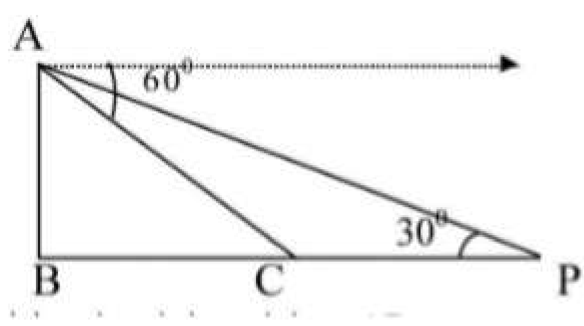
$PQ = BQ - BP$

$PQ = 75 * 3 - 75$

$PQ = 75(3-1)m$

∴ दोन जहाजांमधील अंतर = $PQ = 75(3-1)m$

प्रश्न 27:



इमारतीची उंची $=AB$

अवनतीचा कोन = 60° आणि उन्नतीचा कोन = 30°.

आपल्याला सिद्ध करायचे आहे की CP=2BC.

∴∠ACB=60∘

त्रिकोण ABC मध्ये, tan60∘=AB/BC

3=AB/BC

AB=3BC ----------(1)

त्रिकोण ABP मध्ये, tan30∘=AB/BP

1/3=AB/BP

AB=BP/3 ----------(2)

समीकरण)1) आणि)2) वरून

3BC=BP/3

3BC=BP

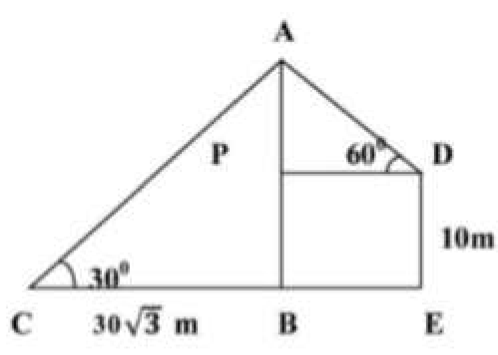
3BC=BC+CP

3BC−BC=CP

2BC=CP

∴CP=2BC

प्रश्न 28:



मनोऱ्याच्या पायथ्यापासून बिंदूचे अंतर = $BC=303m$

इमारतीची उंची = $DE=10m$

मनोऱ्याच्या पायथ्यापासून इमारतीमधील अंतर = $BE=?$

त्यांच्या शिखरांमधील अंतर = $AD=?$

त्रिकोण ABC मध्ये, $\tan\theta=AB/BC$

$\tan 30^\circ=AB/(303)$

$1/3=AB/(303)$

$AB=30m$

$AP=AB-PB=30-10=20m$

त्रिकोण APD मध्ये, $\tan\theta=AP/PD$

$\tan 60^\circ=20/PD$

$3=20/PD$

$PD=20/3$

∴ मनोऱ्याच्या पायथ्यापासून इमारतीमधील अंतर = $BE=PD=20/3m$

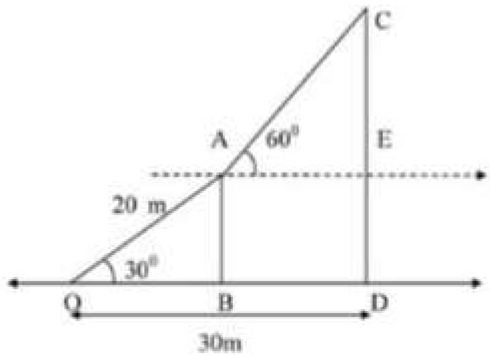
त्रिकोण APD मध्ये, $\sin 60^\circ=AP/AD$

$3/2=20/AD$

$AD=40/3m$

∴ त्यांच्या शिखरांमधील अंतर = $AD=40/3m$

प्रश्न 29:



त्रिकोण ABQ मध्ये, sinθ=AB/AQ

sin30∘=AB/20 (येथे AQ=20cm मानले आहे, कारण आकृतीत तसेच दिसत आहे(.

1/2=AB/20

AB=10cm

DE=AB=10cm

cosθ=OB/QB

cos30∘=OB/20

3/2=OB/20

OB=103=10∗1.73=17.3cm

BD=OD−OB=30−17.3=12.7cm

AE=BD=12.7cm

त्रिकोण ACE मध्ये, tan60∘=CE/AE

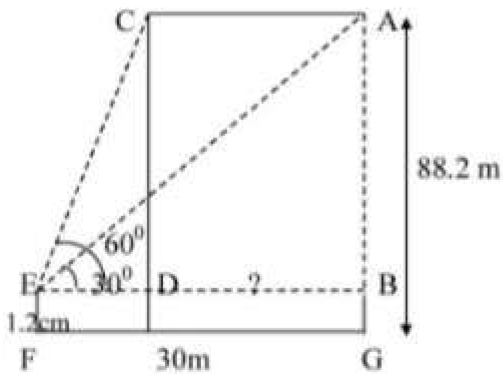
3=CE/12.7

CE=1.73∗12.7=21.97cm

खांबाची उंची = CD=CE+DE=21.97+10

खांबाची उंची = 31.97cm

प्रश्न 30:



जमिनीपासून फुग्याची उंची = AB=CD=88.2−1.2=87m

त्रिकोण AEB मध्ये, tanθ=AE/BE

tan30∘=AE/BE

1/3=87/BE

BE=873m

त्रिकोण CED मध्ये, tanθ=CE/DE

tan60∘=CE/DE

3=87/DE

DE=87/3

DE=(87∗3)/3=293m

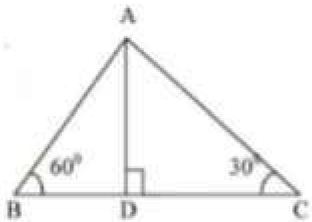
फुग्याने कापलेले अंतर = AC=DB

DB=BE−DE

DB=873−293

DB=583m

प्रश्न 31:



∠ABC=60∘, ∠ACB=30∘ तर ∠CAB=90∘

काटकोन त्रिकोण ABC मध्ये, ∠CAB=90∘

sinθ=AB/BC

sin30∘=AB/36

1/2=AB/36

AB=18cm

cosθ=AC/BC

cos30∘=AC/36

3/2=AC/36

AC=183cm

काटकोन त्रिकोण ADB मध्ये, ∠ADB=90∘

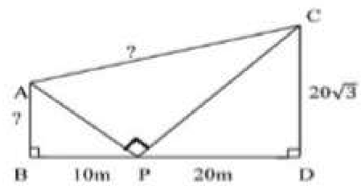
sinθ=AB/AD

sin60∘=AB/AD

3/2=18/AD

AD=93cm

प्रश्न 32:



त्रिकोण CPD मध्ये, कोन CPD ला θ मानू.

तर tanθ=CD/PD=(203)/20=3

∴θ=60° (येथे θ=60° असे दिले आहे, तरी tanθ=3 साठी θ=60° हे बरोबर आहे(

∠APB=$90^\circ-60^\circ=30^\circ$

त्रिकोण ABP मध्ये, tanθ=AB/BP

tan30∘=AB/10

1/3=AB/10

AB=10/3m

∴ खांबाची लांबी = AB=10/3m

काटकोन त्रिकोण PDC मध्ये, PC2=PD2+DC2

$PC^2=20^2+(203)^2$

$PC^2=400+(400*3)$

$PC^2=400+1200$

$PC^2=1600$ ....(1)

त्रिकोण ABP मध्ये, $AP^2=AB^2+BP^2$ $AP^2=(12)^2+10^2$ $AP^2=3100+100$ $AP^2=3100+300$ $AP^2=3400$ ....(2)

त्रिकोण APC मध्ये, $AC^2=AP^2+PC^2$

$AC^2=3400+1600$

$AC^2=3400+4800$

$AC^2=35200$

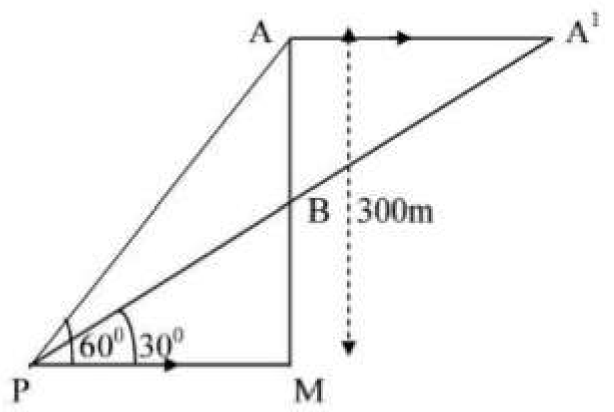
AC=3400×13

AC=32013

=32039 मी

∴ खांबांच्या वरच्या टोकांमधील अंतर AC = 32039 मी

33.



उन्नयन कोन θ=60◦ आणि 30◦

त्रिकोण PMA मध्ये, tan60∘=PMAM 3=PMAM AM=3PM

त्रिकोण PMB मध्ये, tan30∘=PMBM 31=PMBM 3⋅3BM=300 3BM=300 BM=3300 BM=100 मी

AB=AM−BM=300−100=200 मी

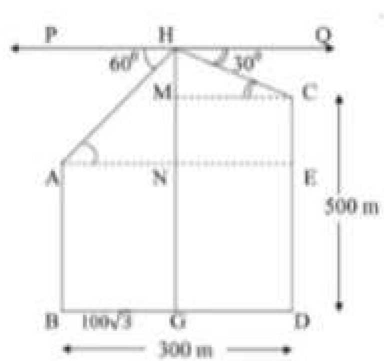
त्रिकोण ABA' मध्ये, ∠AA’B=∠BPM=30◦ (AA’||PM, संगत कोन(

sin30◦=A’BAB

21=A’B200 A’B=200×2=400 मी

पतंगांमधील अंतर)A'B) = 400 मी

34.



उंच मनोऱ्याची उंची =DC = 500 मी दोन मनोऱ्यांच्या पायांमधील अंतर =BD = 300 मी लहान मनोऱ्याची उंची =AB = ?

AN, MC आणि NE जोडा.

अवनती कोन θ=60◦ आणि 30◦

∠AHP=∠HAN=60◦ (एकांतर कोन(∠CHQ=∠HCM=30◦ (एकांतर कोन(

त्रिकोण AHN मध्ये, tan60◦=HNAN 3=HNAN (AN = BG) HN=31003×3 HN=100×3 HN=300 मी

पण GD=300−1003 =100×3−1003 =1003(3−1)

त्रिकोण HMC मध्ये, tan30◦=MCHM 31=1003(3−1)HM

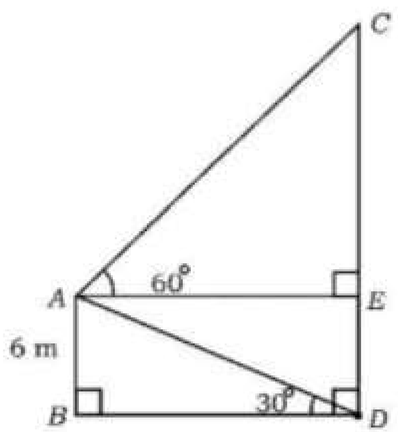
HM=100(3−1) =100(1.73−1) =100×0.73 HM=73 मी

MN=HN−HM=300−73 MN=227 मी

∴ लहान मनोऱ्याची उंची =AB = DE = DC - CE = 500 - 227 = 273 मी

V. पाच गुणांचे प्रश्न

35.



त्रिकोण ABD मध्ये, tan30∘=BDAB

1=BD6 BD=63 मी BD=AE=63 मी

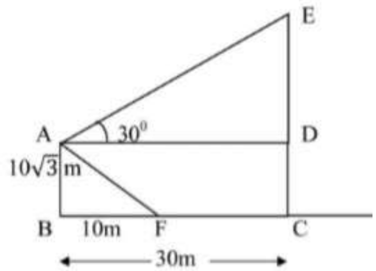
त्रिकोण AEC मध्ये, tan60∘=AECE 3=63CE CE=63×3 मी CE=18 मी

त्रिकोण AEC मध्ये, sin60∘=ACCE 23=AC18

AC=318×2 AC=3363 AC=123 मी

CD=CE+DE CD=18+6 CD=24 मी

36.



दीपगृहाची उंची = 103 मी दीपगृहाच्या पायापासून मनोऱ्याच्या पायापर्यंतचे अंतर =BC = 30 मी दीपगृहाच्या पायापासून जहाजापर्यंतचे अंतर =BF = 10 मी मनोऱ्याची उंची =CE = ? दीपगृहाच्या वरच्या टोकापासून मनोऱ्याच्या वरच्या टोकापर्यंतचे अंतर =AE = ? अवनती कोन = θ=?

त्रिकोण ADE मध्ये, tanθ=ADDE tan30∘=30DE

1=BD6 BD=63 मी BD=AE=63 मी

त्रिकोण AEC मध्ये, tan60∘=AECE 3=63CE CE=63×3 मी CE=18 मी

त्रिकोण AEC मध्ये, sin60∘=ACCE 23=AC18

AC=318×2 AC=3363 AC=123 मी

CD=CE+DE CD=18+6 CD=24 मी

36. दीपगृहाची उंची = 103 मी दीपगृहाच्या पायापासून मनोऱ्याच्या पायापर्यंतचे अंतर =BC = 30 मी दीपगृहाच्या पायापासून जहाजापर्यंतचे अंतर =BF = 10 मी मनोऱ्याची उंची =CE = ? दीपगृहाच्या वरच्या टोकापासून मनोऱ्याच्या वरच्या टोकापर्यंतचे अंतर =AE = ? अवनती कोन = θ=?

त्रिकोण ADE मध्ये, tanθ=ADDE tan30∘=30DE

31=30DE DE=330 मी

∴ मनोऱ्याची उंची = CE=DE+CD =330+103 =330+10×3 =360 =203 मी

त्रिकोण ADE मध्ये, cosθ=AEAD cos30∘=AE30 23=AE30 AE=360 AE=203 मी

दीपगृहाच्या वरच्या टोकापासून मनोऱ्याच्या वरच्या टोकापर्यंतचे अंतर = AE=203 मी

अवनती कोन = ∠DAF=∠AFB=θ

त्रिकोण ABF मध्ये, tanθ=BFAB tanθ=10103 tanθ=3 tanθ=tan60∘ ∴ अवनती कोन = θ=60∘

युनिट 10: वर्तुळे

महत्त्वाचे मुद्दे

छेदक, स्पर्शरेषा आणि स्पर्शबिंदू

प्रमेय: “वर्तुळावरील कोणत्याही बिंदूवर घेतलेली स्पर्शरेषा त्या बिंदूपर्यंतच्या त्रिज्येला लंब असते.”

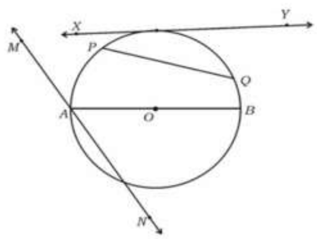
प्रमेय: “एका बाह्य बिंदूपासून वर्तुळाला काढलेल्या स्पर्शरेषांची लांबी समान असते.”

प्रमेयांवर आधारित समस्यांवर अंमलबजावणी (Application problems)

I. खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी चार पर्याय दिलेले आहेत. योग्य पर्याय निवडा आणि त्याचे संपूर्ण उत्तर अक्षरासह लिहा. (1 गुण)

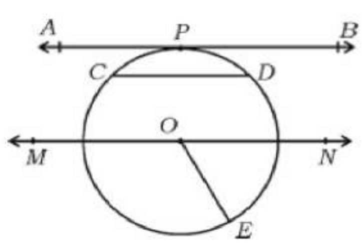
प्रश्नांची संख्या	सोपे	मध्यम	अवघड
35	20	12	3

1) आकृतीत वर्तुळाला छेदणारी रेषा कोणती आहे?



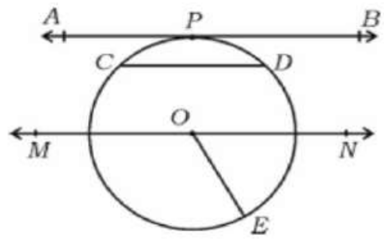
A) AB B) PQ C) XY D) MN

2) आकृतीत वर्तुळास स्पर्श करणारी रेषा कोणती आहे? (सोपे)



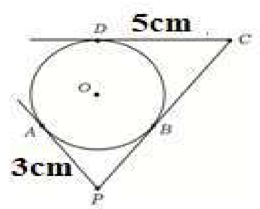
A) MN B) OE C) CD D) AB

3) आकृतीत स्पर्शबिंदू कोणता आहे? (सोपे)



A) P B) C C) D D) E

4) आकृतीमध्ये PA, PC आणि PD हे स्पर्शरेषा आहेत ज्या केंद्र O असलेल्या वर्तुळाला स्पर्श करतात. जर AP = 3 सेमी, CD = 5 सेमी असेल, तर PC ची लांबी किती असेल? [जून 2019, सोपे]



A) 3 सेमी B) 5 सेमी C) 8 सेमी D) 2 सेमी

5) स्पर्शरिषा आणि त्या बिंदूवर काढलेल्या त्रिज्येच्या मध्ये असलेला कोन किती अंशांचा असतो?

[मार्च 2022, सोपे]

A) 30° B) 60° C) 90° D) 180°

6) त्रिज्या 3.5 सेमी असलेल्या वर्तुळामधील समांतर स्पर्शरिषांमधील अंतर किती असेल?

[मध्यम]

A) 7 सेमी B) 14 सेमी C) 3.5 सेमी D) 1.75 सेमी

7) वर्तुळाला दोन बिंदूंमध्ये छेदणारी रेषा म्हणजे काय?

[जून 2020, सोपे]

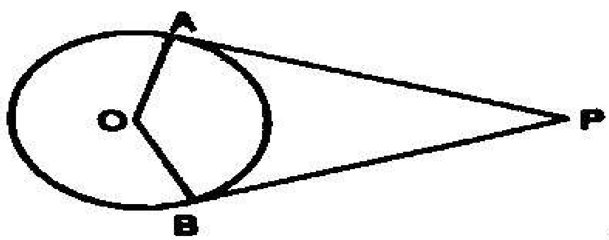
A) जीवा B) छेदन रेषा C) स्पर्शरिषा D) त्रिज्या

8) वर्तुळाला केवळ एका बिंदूवर छेदणारी रेषा म्हणजे काय?

[एप्रिल 2020, सोपे]

A) स्पर्शिका B) छेदन रेषा C) त्रिज्या D) जीवा

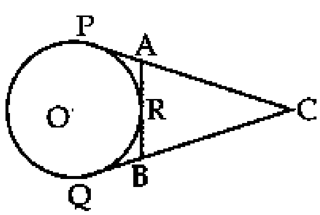
9) आकृतीमध्ये, PA आणि PB या वर्तुळाला केंद्र O असलेल्या वर्तुळाच्या स्पर्शिका आहेत. जर ∠APB = 80° असेल, तर ∠AOB किती असेल?



[मध्यम]

A) 80° B) 100° C) 180° D) 360

१०) आकृतीमध्ये CP आणि CQ या स्पर्शिका आहेत ज्या केंद्र O असलेल्या वर्तुळाला स्पर्श करतात. ARB ही R या बिंदूवर दुसरी स्पर्शरेषा आहे. जर CP = 11 सेमी आणि BC = 7 सेमी असेल, तर BR ची लांबी किती असेल?



[मध्यम]

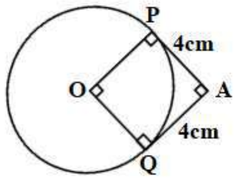
A) 7 सेमी B) 5 सेमी C) 12 सेमी D) 4 सेमी

11) जर वर्तुळातील दोन त्रिज्यांमधील कोन १३०° असेल, तर त्या त्रिज्यांच्या शेवटास वर्तुळाच्या बाहेरून काढलेल्या स्पर्श रेषांमधील कोन किती असेल?

[मध्यम]

A) 90° B) 50° C) 70° D) 40°

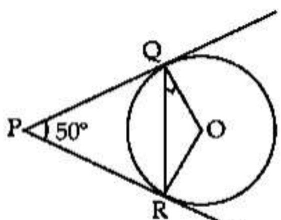
१२) आकृतीमध्ये O हे वर्तुळाचे केंद्र आहे. AP आणि AQ या बिंदू A पासून वर्तुळाला स्पर्श करणाऱ्या रेषा आहेत, ज्या बिंदू A पासून काढल्या आहेत आणि ∠PAQ = ९०°. जर AP = ४ से.मी. असेल, तर वर्तुळाचा त्रिज्या किती असेल?



[मध्यम]

A) 2 से.मी. B) 3 से.मी. C) 4 से.मी. D) 1 से.मी.

१३) आकृतीत, PQ आणि PR या बिंदू P पासून वर्तुळाला स्पर्श करणाऱ्या रेषा आहेत. ∠QPR = ५०° दिले आहे, तर ∠OQR चे मोजमाप किती असेल?

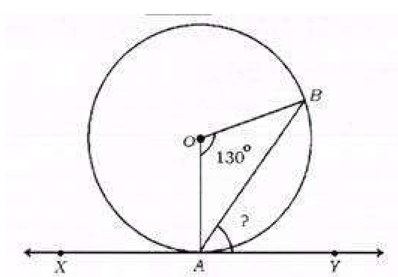


[सोपे]

A) 25° B) 35° C) 40° D) 20°

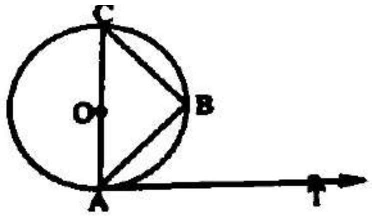
१४) आकृतीत, XY ही स्पर्श रेषा आहे आणि O हे वर्तुळाचे केंद्र आहे. जर ∠AOB = १३०° असेल, तर ∠BAY चे मोजमाप किती असेल?

[मार्च २०२५, मध्यम]



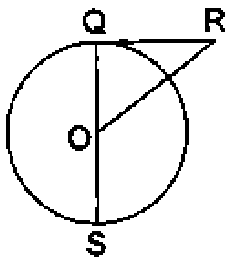
A) 90° B) 25° C) 50° D) 65°

१५) आकृतीत, जर ∠ACR = ५०° असेल, तर ∠BAT चे मोजमाप किती असेल?

[मध्यम] 

A) 70° B) 60° C) 50° D) 40°

16) आकृतीत, RQ ही स्पर्श रेषा आहे आणि O हे वर्तुळाचे केंद्र आहे. जर SQ = ६ से.मी., QR = ४ से.मी. असेल, तर OR चे लांबी किती असेल?

[सोपे] 

A) 4 से.मी. B) 5 से.मी. C) 6 से.मी. D) 3 से.मी

17) PQ ही एक स्पर्श रेषा आहे जी वर्तुळाच्या P बिंदूपासून जाते. त्या वर्तुळाचा त्रिज्या ५ से.मी. आहे. ती रेषा वर्तुळाच्या केंद्रावरून जाणाऱ्या रेषेशी Q बिंदूवर मिळते. जर OQ = १२ से.मी. असेल, तर PQ चे मोजमाप किती असेल?

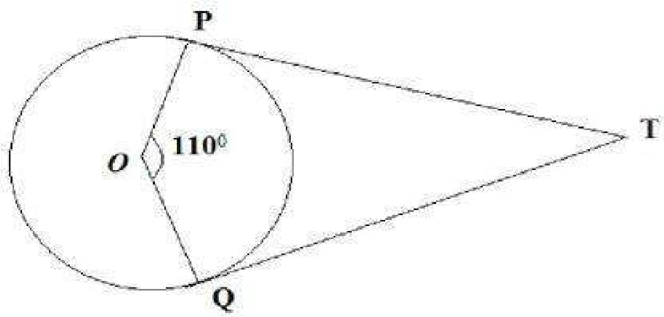
[मध्यम]

A) 12 से.मी. B) 13से.मी. C) 8.5 से.मी. D) √119 से.मी.

१८) जर Q पासून वर्तुळाला काढलेल्या स्पर्शरेखेची लांबी 24cm आहे आणि Q पासून वर्तुळाच्या केंद्रापर्यंतचे अंतर 25cm आहे, तर वर्तुळाचा त्रिज्या किती असेल?

A) 7cm B) 12cm C) 15cm D) 24.5cm

१९) चित्रामध्ये, TP आणि TQ या वर्तुळाच्या केंद्र O असलेल्या वर्तुळाच्या स्पर्शरेखा आहेत. जर ∠POQ = 110° असेल, तर ∠PTQ चे माप किती असेल?



A) 60°   B) 70°   C) 80°   D) 90°

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (१ गुण)

२०) स्पर्शरेषा म्हणजे काय?   (सोपे)

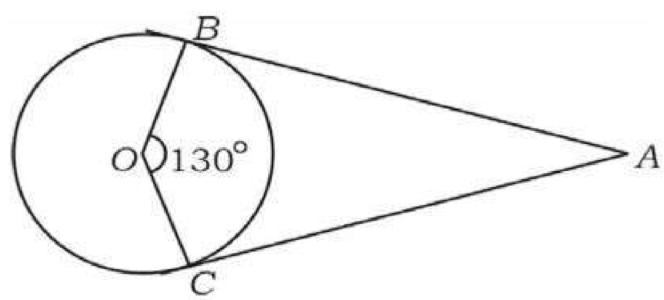
२१) छेदनरेषा म्हणजे काय?   (सोपे)

२२) वर्तुळात, स्पर्शरेषा आणि स्पर्शबिंदूवर काढलेल्या त्रिज्येच्या मधील कोनाचे माप किती असते?   (सोपे)

२३) एखाद्या बाह्य बिंदूपासून वर्तुळाला किती जास्तीत जास्त स्पर्शरेषा काढता येतात?   (सोपे)

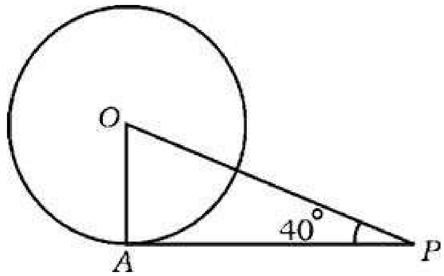
२४) वर्तुळावरील एका बिंदूपासून किती स्पर्शरेषा काढता येतात?   (सोपे)

२५) दिलेल्या आकृतीमध्ये, AB आणि AC या स्पर्शरेषा आहेत ज्या वर्तुळाच्या बाहेरील A बिंदूपासून केंद्र O असलेल्या वर्तुळाला स्पर्श करत आहेत. जर ∠BOC = 130° असेल, तर ∠BAC चे माप किती असेल ते शोधा.



[एप्रिल 2020, सोपे]

26) आकृतीमध्ये, O हे वर्तुळाचे केंद्र आहे. OA ही त्रिज्या आहे आणि AP ही स्पर्शरेषा आहे. जर ∠OPA = 40° असेल, तर ∠AOP चे माप किती असेल ते शोधा.

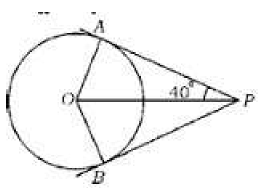


[जून 2024, सोपे

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (प्रत्येकी 2 गुण)

27) दिलेल्या आकृतीमध्ये, PA आणि PB हे केंद्र 'O' असलेल्या वर्तुळाला स्पर्श करणारे स्पर्शरिषा आहेत. जर PA = ४ से.मी. आणि ∠APO = ४०°, तर ∠AOB चे माप शोधा आणि PB ची लांबी शोधा.

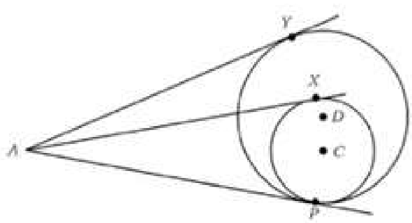
[मार्च २०२५, मध्यम]



28) दिलेल्या आकृतीमध्ये, AP, AX आणि AY या वर्तुळांना स्पर्श करणाऱ्या स्पर्शरिषा आहेत.

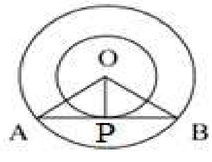
हे सिद्ध करा की AY = AX

[जून २०१९, सोपा]

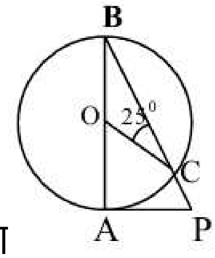


29) ५ से.मी. आणि ३ से.मी. त्रिज्या असलेल्या दोन समकेंद्रित वर्तुळे काढण्यात आले आहेत. मोठ्या वर्तुळाची ती जी दोरी आहे जी लहान वर्तुळाला बिंदू P वर स्पर्श करते, तिची लांबी शोधा.

[जून २०१९, सोपा]



30) केंद्र O असलेल्या वर्तुळात AB हा व्यास आहे आणि AP ही स्पर्शरिषा आहे. जर ∠OCB = २५°



असेल, तर ∠APB चे माप शोधा

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (प्रत्येकी ३ गुण)

31) सिद्ध करा की "वर्तुळाच्या कोणत्याही बिंदूवरील स्पर्शरिषा त्या बिंदूवरून जाणाऱ्या त्रिज्येला लंब असते".

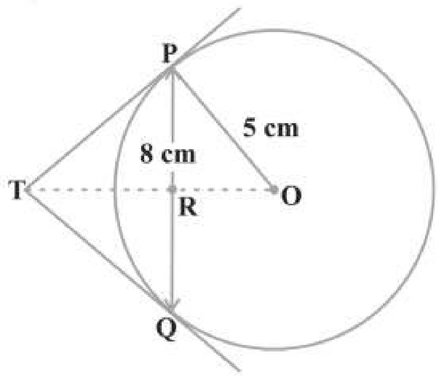
[मार्च २०२५, सरासरी]

32) सिद्ध करा की "बाह्य बिंदूपासून वर्तुळाला काढलेल्या स्पर्शरिषांची लांबी समान असते".

[मार्च, जुलै २०१९, सप्टेंबर २०२०, मार्च २०२२, मार्च, जून, ऑगस्ट २०२४, सरासरी]

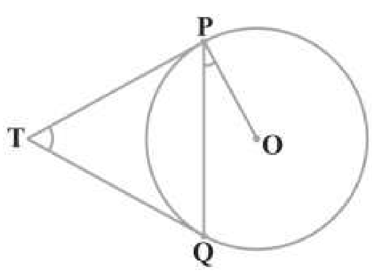
33) PQ ही ८ सेमी लांबीची दोरी आहे आणि वर्तुळाची त्रिज्या ५ सेमी आहे. P आणि Q या बिंदूंवरून काढलेल्या स्पर्शरिषा T या बिंदूवर एकत्र येतात. TP ची लांबी शोधा.

(कठीण)



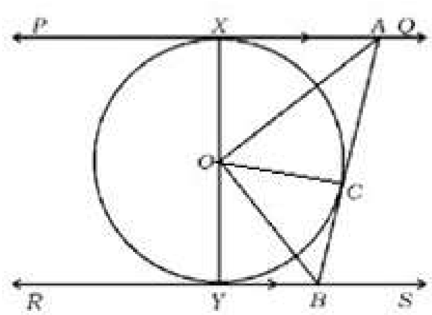
34) TP आणि TQ या दोन स्पर्शरिषा वर्तुळाला केंद्र O पासून बाह्य बिंदू T वरून काढलेल्या आहेत. सिद्ध करा की ∠PTQ = 2 ∠OPQ.

(कठीण)



35) दिलेल्या आकृतीमध्ये, PQ आणि RS या दोन समांतर स्पर्शरिषा आहेत, ज्या वर्तुळाला केंद्र O असलेल्या वर्तुळाला स्पर्श करतात. आणखी एक स्पर्शरिषा AB आहे, जिचा संपर्कबिंदू C आहे आणि जी PQ ला A बिंदूवर आणि RS ला B बिंदूवर छेदते. सिद्ध करा की ∠AOB = ९०°.

[एप्रिल २०१९, कठीण]



युनिट 10: वर्तुळे

उत्तरे

I. बहुपर्यायी प्रश्न:

1) D) MN

2) D) AB

3) A) P

4) C) 8cm

5) C) 900

6) A) 7cm

7) B) छेदन रेषा

8) A) स्पर्शिका

9) B)1000

10)D) 4cm

11)B) 500

12) B) 3cm

13)A) 250

14)D) 650

15)D) 400

16)B) 5cm

17)B) 13cm

18)A) 7cm

19)B) 700

II. एक गुण प्रश्न:

२०) जी रेषा वर्तुळाला फक्त एका बिंदूवर छेदते तिला स्पर्शरिषा म्हणतात.

२१) जी रेषा वर्तुळाला दोन बिंदूंमध्ये छेदते तिला छेदक रेषा म्हणता

22)900

23)2

24) एक

25) $\angle BOC + \angle BAC = 180°$

$130° + \angle BAC = 180°$

$\angle BAC = 180° - 130°$

$\angle BAC = 50°$

26) Δ OAP मध्ये

$\angle OPA + \angle OAP + \angle AOP = 180°$

$40° + 90° + \angle AOP = 180°$

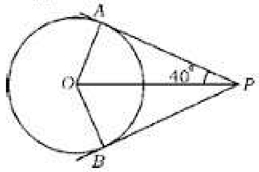
$130° + \angle AOP = 180°$

$\angle AOP = 180° - 130°$

$\angle AOP = 50°$

III. दोन गुणांचे प्रश्न:

27)



In Δ OAP , $\angle AOP = 90°$ [$\because OA \perp AP$]

$\angle AOP = 180° - (90° + 40°)$

$\angle AOP = 180° - 130°$

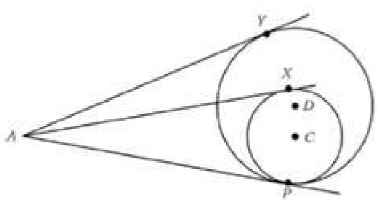
$\angle AOP = 50°$

$\angle AOP = \angle BOP = 50°$

$\angle AOB = 50° + 50° = 100°$

AP = PB (by theorem) $\therefore$PB =4cm.

28)



केंद्र 'D' असलेल्या वर्तुळात, AY = AP --------(1)

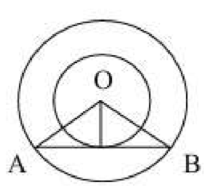
($\because$ वर्तुळाबाहेरील एका बिंदूपासून वर्तुळाला काढलेल्या स्पर्शरिखा समान असतात)

केंद्र 'C' असलेल्या वर्तुळात, AX = AP ---------(2)

समीकरण (1) आणि (2) वरून:

AY = AX

29)



पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$OA^2 = AB^2 + OB^2$

$5^2 = AB^2 + 3^2$

$OA^2 = AB^2 + 9$

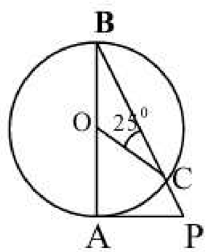
$AB^2 = 25 - 9$

$AB^2 = 16$

$AB = 4$ cm

∴ जीवेची लांबी =AC = 8 सेमी

30)



$\angle OCD = 25°$

OB = OC (∵ एका वर्तुळाच्या त्रिज्या असल्यामुळे)

$\angle OBC = \angle OCD = 25°$ (∵ △OBC हा समबाहु त्रिकोण आहे)

$\angle PAB = 90°$(∵ वर्तुळाच्या कोणत्याही बिंदूवरील स्पर्शरिषा त्या बिंदूपर्यंत जाणाऱ्या त्रिज्येला लंब असते)

△PAB मध्ये, $\angle APB + \angle ABP + \angle PAB = 180°$

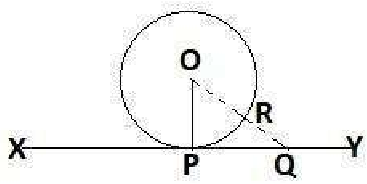
$\angle APB + 25° + 90° = 180°$

$\angle APB = 180° – 115°$

$\angle APB = 65°$

IV. तीन गुणांचे प्रश्न:

31)



गृहीत: एक वर्तुळ ज्याचे केंद्र O आहे आणि XY ही स्पर्शरिषा P या बिंदूला स्पर्श करते.

साध्य: OP ⊥ XY

रचना: XY या स्पर्शरिषेवर P व्यतिरिक्त Q हा एक बिंदू घ्या आणि OQ रेषा जोडावी.

सिद्धता:

Q हा P व्यतिरिक्त स्पर्शरिषेवरील एक बिंदू आहे. त्यामुळे Q हा वर्तुळाबाहेरील बिंदू आहे.

मानूया की OQ ही रेषा वर्तुळास R या बिंदूला छेदते.

∴ OP = OR (∵ एकाच वर्तुळाच्या त्रिज्या)

आता OQ = OR + RQ

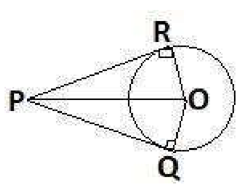
⇒ OQ > OR

OQ > OP [∵ OP = OR]

म्हणून OP ही केंद्र O पासून स्पर्शरिषा XY पर्यंतची सर्वात लहान अंतर आहे,

∴OP ⊥ XY [∵ लंब अंतर हेच नेहमी सर्वात लहान अंतर असते.

32)



गृहीत: PQ आणि PR या दोन स्पर्शरिषा बाह्य बिंदू P वरून केंद्र O असलेल्या वर्तुळाला स्पर्श करत आहेत.

साध्य: PQ = PR

रचना: OP, OQ, आणि OR या रेषा जोडा.

सिद्धता:

$\triangle OQP$ आणि $\triangle ORP$ या त्रिकोणांमध्ये —

OQ = OR

($\because$ एका वर्तुळाच्या त्रिज्या)

OP = OP

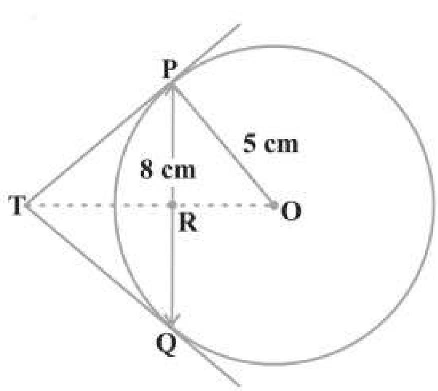
($\because$ समान बाजू)

$\angle OQP = \angle ORP = 90°$

$\therefore \triangle OQP \cong \triangle ORP$

$\therefore PQ = PR$

33)



OT रेषा जोडा, ती PQ ला R या बिंदूवर छेदते.

मग ΔTPQ हा समबाहु त्रिकोण आहे आणि TO ही $\angle PTQ$ चा समद्विभाजक आहे.

म्हणून $OT \perp PQ$ आणि OT ही PQ ला समद्विभाजित करते.

$\Rightarrow PR = RQ = 4cm$

$RO = \sqrt{(5^2 - 4^2)}$

RO = $\sqrt{(25 - 16)}$

RO = $\sqrt{9}$ = RO = 3cm

∠OPR + ∠TPR = 90° ---------------- (1)

∠PTR + ∠TPR = 90° ---------------- (2)

(1) आणि (2) मधून,

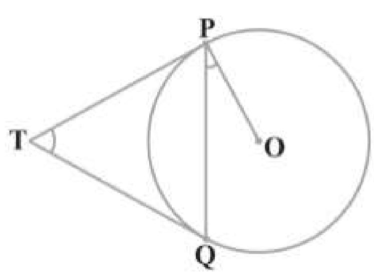
∠OPR = ∠PTR ---------------- (3)

ΔPRO आणि ΔPTR हे दोन्ही त्रिकोण समकोण त्रिकोण आहेत आणि ते एकमेकांसारखे आहेत [AA साद्दश्य निकषांनुसार]

$$\Rightarrow \frac{PT}{OP} = \frac{PR}{OR} = \frac{PT}{5} = \frac{4}{3}$$

$$PT = \frac{4 \times 5}{3} = \frac{20}{3}$$

34)



दिलेले : TP आणि TQ या दोन स्पर्शरिषा बाहेरील बिंदू T वरून वर्तुळास स्पर्श करत आहेत, ज्याचे केंद्र O आहे.

सिद्ध करायचे आहे : ∠PTQ = 2∠OPQ

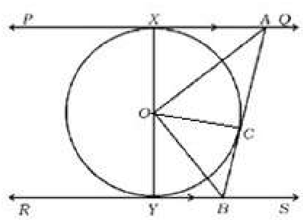
समजा ∠PTQ = θ -------------------(1)

TP = TQ

म्हणून त्रिकोण TPQ समद्विभुज त्रिकोण आहे.

$$\angle TPQ = \angle TQP = \frac{1}{2}[180 - \theta]$$
$$\Rightarrow \angle TPQ = \angle TQP = 90^0 - \frac{1}{2}\theta \text{ ------------(2)}$$
$$\angle OPT = 90^0 \text{ -------------(3)}$$
$$\angle OPT = \angle OPT - \angle TPQ$$
$$\Rightarrow \angle OPQ = 90^0 - (90^0 - \frac{1}{2}\theta)$$
$$\Rightarrow \angle OPQ = \frac{1}{2}\theta$$
$$\Rightarrow \angle PTQ = 2\angle OPQ \ [\because (2) \text{ and } (3)]$$

३५)



सिद्ध करा :

समजा AB ही स्पशरिषा वर्तुळाला C या बिंदूवर स्पर्श करते. OC ला जोडा.

ΔOXA आणि ΔOCA मध्ये,

AX = AC (∵ स्पशरिषा असल्यामुळे)

OX = OC (∵ त्रिज्या)

OA = OA (∵ समान भुजा)

∴ ΔOXA ≅ ΔOCA (∵ SSS प्रमेय)

∠XOA = ∠COA -----------------(1)

तसेच,

ΔOCB ≅ ΔOYB (∵ SSS प्रमेय)

$\angle COB = \angle YOB$ -----------------(2)

$\angle XOA + \angle COA + \angle COB + \angle YOB =$ १८०° ------------(3) ($\because$ XY ही सरळ रेषा आहे)

(1) आणि (2) मधून,

$2\angle AOC + 2\angle COB = 180°$

$\angle AOC + \angle COB = 90°$

$\therefore \angle AOB = 90°$

11 वर्तुळाशी संबंधित क्षेत्रफळे

अभ्यासाचे मुद्दे:

- **वर्तुळाचे क्षेत्रफळ व परिघ**
- **क्षेत्रफळ व त्याचा कोन**
- **विभाग व विभागाचे क्षेत्रफळ**
- **वक्राचे लांबी**
- **अनुप्रयोग प्रश्न**

प्रश्नांची संख्य	सोप	सरासर	कठीण
38	९	१९	१०

I. खालील प्रत्येक प्रश्नासाठी चार पर्याय दिले आहेत. बरोबर पर्याय निवडा व पूर्ण उत्तर त्या पर्यायाच्या अक्षरासहित लिहा. (**प्रत्येकी १ गुण**)

1. जर वर्तुळाचे क्षेत्रफळ 49π चौ. एकके असेल, तर त्याचा परिघ किती असेल?

   A) 7π एकके

   B) 9 π एकके

   C) 14π एकके

   D) 49π एकके

   (एप्रिल २०१९ — सोपा)

2. जर दोन समान त्रिज्येचे वर्तुळे असतील व त्रिज्या r असेल, तर त्यांचा एकूण परिघ?

   A) 2πr

   B) 2r

   C) 3πr / 2

   D) 4πr

   (MQP २०१९ — सोपा)

3. त्रिज्या r असलेल्या वर्तुळात, कोन θ असलेल्या विभागाचा वक्राचा लांबी किती असेल?

   A) (θ/360) × 2πr

   B) (θ/360) × 2πr²

   C) (θ/180) × πr

   D) (θ/180) × 2πr

   (जून २०२० — सोपा)

4. त्रिज्या r सेमी असलेल्या वर्तुळाच्या 1/4 भागाच्या क्षेत्रफळाचे मोजमाप काय?

A) $(\pi r^2)/360$ चौ. से.मी.
B) $(\pi r^2)/90$ चौ. से.मी.
C) $(\pi r^2)/4$ चौ. सेमी
D) $(\pi r^2)/2$ चौ. सेमी

(SLP २०२० — सोपा)

5. त्रिज्या r से.मी. असलेल्या वर्तुळाच्या 5/4 (360/90) भागाचे क्षेत्रफळ काय असेल?

A) $(\pi r^2)/360$ चौ. से.मी.
B) $(\pi r^2)/90$ चौ. से.मी.
C) $(3\pi r^2)/4$ चौ. से.मी.
D) $(\pi r^2)/2$ चौ. सेमी

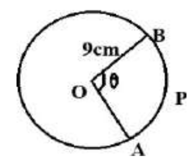
(सरासरी)

6. जर वर्तुळाचा व्यास 14 से.मी. असेल, तर त्याचा परिघ किती असेल?

A) 28 से.मी.
B) 44 से.मी.
C) 56 से.मी.
D) 88 से.मी.

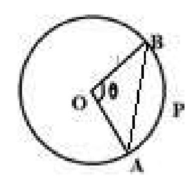
(जून २०२४ — सरासरी)

7. आकृतीमध्ये, O हे वर्तुळाचे केंद्र आहे आणि वक्र APB ची लांबी 47 से.मी. आहे. जर OB = 9 से.मी.
असेल, तर ∠θ चे मान काय आहे?



A) 60° B) 80° C) 85° D) 70° **[मार्च 2025 सरासरी]**

8. आकृतीत, विभाग APB चे क्षेत्रफळ काय आहे?



A) वर्तुळाचे क्षेत्रफळ – △AOB चे क्षेत्रफळ
B) वर्तुळाचे क्षेत्रफळ – लघु विभागाचे क्षेत्रफळ
C) वक्र APB चे क्षेत्रफळ – △AOB चे क्षेत्रफळ
D) वर्तुळाचे क्षेत्रफळ – मोठ्या विभागाचे क्षेत्रफळ [**सरासरी**]

9. जर वर्तुळाचा व्यास 21 से.मी. असेल, तर त्याची परिघरेषा काय असेल?

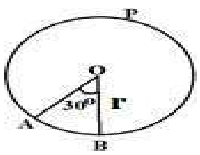
A) 44 से.मी. B) 88 से.मी. C) 66 से.मी. D) 55 से.मी. **[सरासरी]**

10 . जर वर्तुळाचे क्षेत्रफळ 154 cm^2 असेल, तर त्याचा परिघ काय असेल?
A) 11 से.मी.   B) 22 से.मी.   C) 44 से.मी.   D) 55 से.मी.   **[सरासरी**]

11. जर केंद्र O असलेला वर्तुळाचा त्रिज्या 5 सेमी असेल, तर वक्र OAPB चे क्षेत्रफळ काय असेल?

A) $\frac{(369-30)\pi r^2}{360} cm^2$

B) $\frac{(369 \quad)\pi r^2}{360} cm^2$



C) $\frac{30\pi r^2}{360} cm^2$

D) $\frac{60\pi r^2}{360} cm^2$ [**सरासरी]**

12. त्रिज्या r असलेल्या चतुर्थांश वर्तुळाच्या कमानीची लांबी किती?
A) $\frac{\pi r^2}{4} cm$ B) $4\pi r\ cm$ C) $\frac{\pi r}{4} cm$ D) $2\pi r\ cm$ [**सरासरी]**

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (1 गुण):

13. जर केंद्राकडील कोन θ° असेल, तर वर्तुळाच्या क्षेत्राचे क्षेत्रफळ काढण्याचा सूत्र लिहा.
[जून 2019 सोपा]

14. जर केंद्राकडील कोन θ° असेल, तर वर्तुळाच्या वक्राची लांबी काढण्याचे सूत्र लिहा.   **[सोपा]**

15. जर वर्तुळ 8 समभागांत विभागले असेल, तर प्रत्येक विभागाचा केंद्राकडील कोन किती अंश असेल?
[सोपा]

16. आकृतीत, O हे वर्तुळाचे केंद्र आहे आणि त्रिज्या 3.5 से.मी .आहे. ∠AOB = 90°. लघु वक्राची लांबी शोधा.
[सरासरी]



17. जर वर्तुळाचा व्यास 7 से.मी. असेल, तर अर्धवर्तुळाच्या वक्राची लांबी शोधा.   **[सरासरी]**

18. जर चतुर्थांश वर्तुळाचे क्षेत्रफळ cm^2 असेल, तर वर्तुळाचे एकूण क्षेत्रफळ शोधा. **[सोपा]**

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (प्रत्येकी 2 गुण):

19. जर एका वर्तुळाच्या चतुर्थांश चापाची लांबी 22 से.मी. असेल, तर त्या वर्तुळाची त्रिज्या शोधा.

20. जर एखाद्या वर्तुळाचे क्षेत्रफळ व परिघ दोन्ही संख्यात्मकदृष्ट्या समान असतील, तर त्या वर्तुळाची त्रिज्या शोधा.

21. जर वर्तुळाची त्रिज्या 21 से.मी. असेल आणि कमान 60° कोनावर वळलेली असेल, तर कमानीची लांबी शोधा.

22. जर वर्तुळाची त्रिज्या 4 से.मी.असेल आणि कमान 45° कोनावर वळलेली असेल, तर त्या विभागाचे क्षेत्रफळ शोधा. ***(π साठी 3.14 घ्या)*** **[सरासरी]**

23. दोन वर्तुळे C_1 आणि C_2 ची क्षेत्रफळे अनुक्रमे 92 cm^2 व 62 cm^2 आहेत. असे गृहीत धरा की वर्तुळ C_3 चे क्षेत्रफळ C_1 आणि C_2 यांच्या क्षेत्रफळाच्या बेरजेइतके आहे. तर वर्तुळ C_3 ची त्रिज्या शोधा. **[जून 2019 सरासरी]**

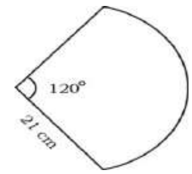
24. जर मिनिट काट्याची लांबी 14 से.मी. असेल, तर घड्याळाच्या 10 मिनिटांमध्ये ते झाकलेले क्षेत्रफळ शोधा. **[MQP-2 2025 सरासरी]**

25. जर वर्तुळाची त्रिज्या 20 सेमी असेल, तर त्या वर्तुळाच्या चतुर्थांश क्षेत्राचे क्षेत्रफळ आणि त्याचा परिघ शोधा. **[MQP-2 2025 सरासरी]**

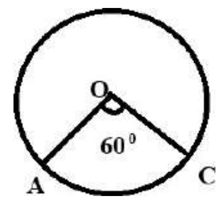
IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (प्रत्येकी 3 गुण):

26. एका हातपंख्याची रचना धातूच्या तारा वापरून केलेल्या कापडी भागांपासून झाली आहे. तो 21 से.मी.

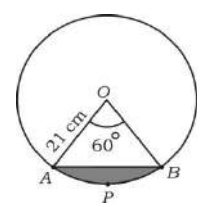
त्रिज्या असलेल्या वर्तुळाचा 120° कोन असलेला विभाग आहे. अशा एका फॅनसाठी वापरले गेलेले क्षेत्रफळ
व एकूण धातूच्या तारेची लांबी शोधा. **[जून 2020 कठीण**]



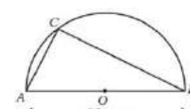
27. एका वर्तुळामध्ये त्रिज्या 21 से.मी. असून, अर्धवृत्त AC हा वर्तुळाच्या केंद्रावर 6०° कोन तयार करतो.
(i) अर्धवृत्त AC ची लांबी शोधा
(ii) अर्धवृत्त AC मुळे तयार झालेल्या OA क्षेत्रफळाचा क्षेत्रफळ शोधा
*[**SLP2022 - सरासरी]***



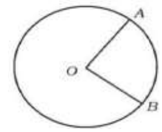
28. खालील आकृतीत, O हे 21 से.मी. त्रिज्येच्या वर्तुळाचे केंद्र आहे. जर ∠AOB = 6०° असेल, तर दिलेल्या
क्षेत्रफळाचा म्हणजेच भाग APB चा क्षेत्रफळ शोधा. **($\sqrt{3}$ = 1.73 असे घ्या) [मार्च 2025 - सरासरी**]



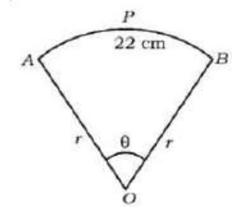
29. दिलेल्या आकृतीमध्ये, ACB हे अर्धवृत्त आहे. जर AB = 10 सेमी आणि AC = 6 से.मी. असेल, तर अर्धवृत्तामधील भागाचे क्षेत्रफळ शोधा. **[कठीण]**



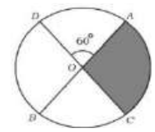
30. आकृतीत O’ हे वर्तुळाचे केंद्र आहे. क्षेत्रफळाचे प्रमाण AO'B : पूर्ण वर्तुळ = 1 : 5 आहे आणि जर वर्तुळाची त्रिज्या 7 से.मी. असेल, तर AB या वक्ररेषेची लांबी शोधा. **[MQP32025 - कठीण]**



31. खालील आकृतीमध्ये, AO'BP क्षेत्रफळ =231 से.मी^{2} आणि वक्ररेषा APB ची लांबी = 22 से.मी. दिली
आहे. त्रिज्या आणि ∠θ चे मान शोधा. **[एप्रिल 2024 - कठीण]**

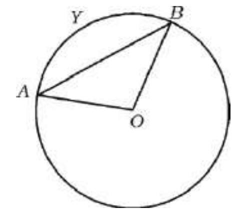


32. आकृतीत, AB आणि CD या व्यास रेषा केंद्र O वर एकमेकींना छेदतात. जर BC या वक्ररेषेची लांबी =22
से.मी. आणि ∠AOD = 60° असेल, तर क्षेत्रफळ AOC शोधा. **[ऑगस्ट 2024 - कठीण]**

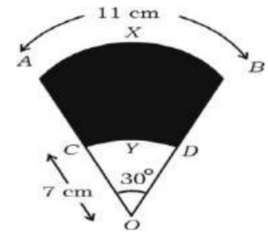


33.वर्तुळाच्या सेक्टरचे क्षेत्रफळ आणि त्याच सेक्टरच्या चापाची लांबी हे दोन्ही संख्यात्मकदृष्ट्या समान आहेत.
जर चापाची लांबी 4 cm असेल, तर वर्तुळाची त्रिज्या आणि केंद्रावर तयार होणाऱ्या कोनाचे मापन शोधा.
[MQP - कठीण]

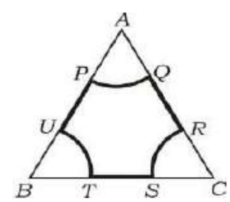
34. खालील आकृतीत दिलेल्या सेक्टर OAYB चे क्षेत्रफळ 462 cm^2 आहे. जर ∠AOB = 120° असेल, तर
चाप AYB ची लांबी शोधा. **[सरासरी]**



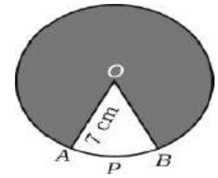
35. खालील आकृतीत AXB आणि CYD हे दोन संकेन्द्रिक वर्तुळांचे चाप आहेत, ज्याचे केंद्र O आहे. जर चाप AXB ची लांबी 11 cm, OC = 7 cm आणि ∠AOB = 30° असेल, तर छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ शोधा. **(π = घ्या)** **[कठीण]**



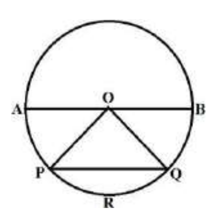
36. ΔABC हे समभुज त्रिकोण आहे. त्रिकोणाच्या प्रत्येक शिरेवर A, B, C केंद्र असलेले त्रिज्या 3.5 cmअसलेले वर्तुळ आहेत (आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे). जर ΔABC चे क्षेत्रफळ $49\sqrt{3}$ cm^2 असेल, तर PQRSTUP या आकृतीचा परिघ शोधा.



37. खालील आकृतीत, O हा त्रिज्या 7 cm असलेल्या वर्तुळाचा केंद्रबिंदू आहे. जर चाप APB ची लांबी cm असेल, तर छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ शोधा. (π = 3.14 घ्या) **[मे 2025 - कठीण**]



38. खालील आकृतीत, वर्तुळाचा केंद्रबिंदू O आहे व अर्धवर्तुळाच्या चापाची लांबी 44 cm आहे. जर ∠POQ = 45° असेल, तर विभाग PRQ चे क्षेत्रफळ शोधा. **[SLP 2025 – कठीण]**



11. वर्तुळांशी संबंधित क्षेत्र:

I. बहुपर्यायी प्रश्न:

1. अ) $7\pi r$ एकके
2. अ) $2\pi r$
3. क) $\pi r^2 / 180$
4. क) cm^2
5. क) cm^2
6. ड) 88cm
7. ब) 80°
8. क) त्रिज्यखंडाचे क्षेत्रफळ - ΔAOB चे क्षेत्रफळ
9. क) 66cm
10. क) $44cm^2$
11. अ) $(360-\theta)/360 * \pi r^2$ cm^2
12. क) cm

II. एक गुणांचे प्रश्न:

13. $\theta/360 * \pi r^2$
14. $\theta/360 * 2\pi r$
15. 45
16. 11cm
17. 11cm
18. 7cm
19. 3.5cm
20. त्रिज्या r = 2 एकके

III. दोन गुणांचे प्रश्न:

21) **कंसाची लांबी** (Length of Arc) = $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

$$= \frac{60^0}{360^0} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21$$

$$= 22cm$$

22) **क्षेत्राचे क्षेत्रफळ (Area of Sector)** $= \frac{\theta}{360^0} \times \pi r^2$

$$= \frac{45^0}{360^0} \times \frac{22}{7} \times 4^2$$

$$= \frac{1}{8} \times \frac{22}{7} \times 16$$

$$= 6.28cm^2$$

23) त्रिज्या r= 7cm

24) $\frac{308}{3} cm^2$

25) 71.4cm

IV 3 गुणांचे प्रश्न:

26) 86 cm

27) i) $22cm$

ii) $231cm^2$

28) वर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ (Area of Segment) =

क्षेत्राचे क्षेत्रफळ (Area of Sector) - समभुज त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ (Area of Equilateral Triangle)

$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$= \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 - \frac{1.73}{4} \times 21 \times 21$

$= 231 - \frac{762.93}{4}$

$= 231 - 190.7325$

$= 40.2675\ cm^2$.

29. वर्तुळाच्या उर्वरित भागाचे क्षेत्रफळ (Area of remaining part of Circle) =

अर्धवर्तुळाचे क्षेत्रफळ (Area of Semicircle) - त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ (Area of Triangle)

$= \frac{\pi r^2}{2} - \frac{1}{2}$ base × height $\qquad h = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ cm

$= \frac{22}{7} \times 5 \times 5 - \frac{1}{2} \times 6 \times 8$

$= \frac{11 \times 25}{7} - 24$

$= 39.28 - 24 = 15.28\ cm^2$

30. क्षेत्राचे क्षेत्रफळ (Area of Sector): वर्तुळाचे क्षेत्रफळ (Area of Circle) = 1:5

$\left(\frac{\theta \times \pi r^2}{360^0} \times \frac{1}{\pi r^2}\right) = \frac{1}{5}$

$\theta = \frac{360^0}{5}$

$\theta = 72^0$

कंसाची लांबी (Length of Arc) = $(\theta/360^\circ) \times 2\pi r$

$= (72^\circ/360^\circ) \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7$

$= \frac{1}{5} \times 2 \times 22$

$= \frac{44}{5} = 8.8$ cm

31. $\theta = 60^0$,r=21cm
    कंसाची लांबी (Length of Arc) = 22cm.

32. कंसाची लांबी = 22 सेमी
    $r = 21cm$
    (वर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ) = $231cm^2$

33. त्रिज्या r= 2cm , $\theta = 60^0$

34. त्रिज्या r= 21cm , कंसाची लांबी = 44 से.मी.

35. वर्तुळखंड OAXB चे क्षेत्रफळ=A1 = $\frac{231}{2}cm^2$
    वर्तुळखंड OCYD चे क्षेत्रफळ=A2 = $\frac{77}{6}cm^2$
    छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ= A1-A2 = $102.66m^2$

36. PQRSTUP ची परिमिती = 32cm

37. कमानीची लांबी (Length of Arc) = $\frac{\theta}{360} \times 2\pi$

$\theta = 60^\circ$

वर्तुळाचे क्षेत्रफळ (Area of Circle) = A1 = $\pi^2 = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154cm^2$

क्षेत्रफळाचा भाग (Area of Sector) = A2 = $\frac{\theta}{360} \times \pi^2 = \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 25.66cm^2$

आवश्यक क्षेत्रफळ (Required Area) = A1 - A2 = $154 - 25.66 = 128.34cm^2$

38. अर्धवर्तुळाचे क्षेत्रफळ (Area of semicircle) = $44cm^2$

$r = 44 \times \frac{7}{22} = 14$ cm

$\angle OPQ = 180^0 - 90^0 = 90^0$

त्रिज्येचे क्षेत्रफळ OPRQ (Area of Sector OPRQ) = $154cm^2$

त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ (Area of △OPQ) = $\frac{1}{2} \times \times = \frac{1}{2} \times 14 \times 14 = 98cm^2$

त्रिज्येचे क्षेत्रफळ - त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ (Area of Sector - Area of △OPQ) = 154-98 = $56cm^2$

युनिट :12 पृष्ठफळ आणि घनफळ

शिकण्याचे मुद्दे

- घन, दंडगोल, शंकू, गोल आणि अर्धगोल यांचे वक्रपृष्ठफळ,आणि संपूर्ण पृष्ठफळ
- घनाच्या एकत्रीकरणाने बनलेल्या वस्तूंचे पृष्ठ फळ
- घनांच्या एकत्रीकरणाने बनलेल्या वस्तूंचे घनफळ उपयोजन समस्या.
-

प्रश्नांची संख्या	सोपे	मध्यम	कठीण
65	**26**	**23**	**16**

I. खालील प्रश्नांसाठी चार पर्याय दिले आहेत. योग्य पर्याय निवडा आणि त्याच्या संकेताक्षरासह पूर्ण उत्तर लिहा. (१ गुण)

१. 'a' बाजू असलेल्या घनाचे एकूण पृष्ठफळ काढण्याचे सूत्र _______ आहे. [सोपे]

A) $4a^2$ B) $6a^2$ C) $4a^3$ D) $6a^3$

२. 'a' बाजू असलेल्या घनाचे पार्श्वपृष्ठफळ काढण्याचे सूत्र _______ आहे. [सोपे]

A) $6a^2$ B) $4a^3$ C) $6a^3$ D) $4a^2$

३. 'a' बाजू असलेल्या घनाचे घनफळ काढण्याचे सूत्र _______ आहे. [सोपे]

A) a^2 B) a^4 C) a^3 D) a^6

४. 'l' लांबी, 'b' रुंदी आणि 'h' उंची असलेल्या घनायताचे संपूर्ण पृष्ठफळ काढण्याचे

सूत्र _______ आहे. [सोपे]

A) 2(lb+bh+hl) B) lbh C) 2l(bxh) D) l+b+h

५. ‘l’ लांबी, ‘b’ रुंदी आणि ‘h’ उंची असलेल्या घनायताचे पार्श्वपृष्ठफळ काढण्याचे

सूत्र _______ आहे. [सोपे]

A) 2l(b+h) B) 2h(l+b) C) lxbxh D) 2lx2bx2h

६. ‘l’ लांबी, ‘b’ रुंदी आणि ‘h’ उंची असलेल्या घनायताचे घनफळ काढण्याचे

सूत्र _______ आहे. [सोपे]

A) l+b+h B) lxbxh C) lb+h D) (lxh)÷b

७. ‘r’ त्रिज्या आणि ‘h’ उंची असलेल्या लंबवर्तुळाकार दंडगोलाचे वक्रपृष्ठफळ काढण्याचे

सूत्र _______ आहे. [सोपे]

A)πrh B) πr(r+h) C) 2πh(r+r) D) 2πrh

८. ‘r’ त्रिज्या आणि ‘h’ उंची असलेल्या लंबवर्तुळाकार दंडगोलाचे संपूर्ण पृष्ठफळ

काढण्यासाठी वापरलेले सूत्र _______ आहे. [सोपे]

A) 2πr(r+h) B) 2πrh C) πh(r+r) D) πrh

९. तळाची त्रिज्या 'r' आणि उंची 'h' असलेल्या लंबवर्तुळाकार दंडगोलाचे घनफळ काढण्यासाठी वापरले जाणारे सूत्र _______ आहे. [सोपे]

A) πr^2 B) 2πrh C) πr^2h D) 2 πr^2h

१०. तळाची त्रिज्या 'r' आणि तिरकस उंची 'l' असलेल्या लंबवर्तुळाकार शंकूचे

वक्रपृष्ठफळ काढण्यासाठी वापरले जाणारे सूत्र _______ आहे. [सोपे]

A) πrl B) πr^2l C) πr^2h D) 31 πr^2h

११. तळाची त्रिज्या 'r' आणि तिरकस उंची 'l' असलेल्या लंबवर्तुळाकार शंकूचे एकूण पृष्ठफळ काढण्यासाठी वापरले जाणारे सूत्र ______ आहे. [सोपे]

A) 2πrh B) πr(r+l) C) πr^2h D) $\frac{1}{3}\pi r^2$h

१२. तळाची त्रिज्या 'r' आणि लंब उंची 'h' असलेल्या लंबवर्तुळाकार शंकूचे घनफळ काढण्यासाठी वापरले जाणारे सूत्र ______ आहे. [सोपे]

A) πr^2h B) πr(r+l) C) $\frac{1}{3}\pi r^2$h D) πrl

१३. 'r' त्रिज्या असलेल्या गोलाचे पृष्ठफळ काढण्यासाठी वापरले जाणारे सूत्र _____आहे.
[सोपे]

A) πr^2 B) 2 πr^2 C) 3 πr^2 D) 4 πr^2

१४. 'r' त्रिज्या असलेल्या गोलाचे घनफळ काढण्यासाठी वापरले जाणारे सूत्र ______आहे.
(जुलै २०२२) [सोपे]

A) $\frac{2}{3}\pi r^3$ घन एकके B) 3 πr^3 घन एकके

C) $\frac{4}{3}\pi r^3$ घन एकके D) $\frac{5}{3}\pi r^3$ घन एकके

१५. समान त्रिज्या आणि समान लंब उंची असलेल्या दंडगोल आणि शंकूच्या घनफळांचे गुणोत्तर ______ आहे. [सरासरी]

A) 1 : 3 B) 6 : 1 C) 3 : 1 D) 1 : 6

१६. दंडगोल आणि शंकूची तळाची त्रिज्या आणि उंची समान आहेत. जर दंडगोलाचे घनफळ 60 cm^3 असेल, तर शंकूचे घनफळ ______ असेल. [सरासरी]

A) 180 cm^3 B) 18 cm^3 C) 30 cm^3 D) 20 cm^3

१७. शंकूची तळाची त्रिज्या 8 cm आणि त्याची तिरकस उंची 10 cm आहे. तर त्याची लंब

उंची ______ आहे. [सरासरी]

A) 3cm B) 6cm C) 5cm D) 10cm

१८. 6 cm बाजू असलेल्या घनाचे घनफळ ______ आहे. [सरासरी]

A) 36 cm^3 B) 12 cm^3 C) 216 cm^3 D) 18 cm^3

१९. ज्या घनाकृतीची लांबी, रुंदी आणि उंची अनुक्रमे 2 cm, 3 cm आणि 5 cm आहेत, त्याचे घनफळ ______ आहे.

A) 10 cm^3 B) 16 cm^3 C) 60 cm^3 D) 30 cm^3

२०. एका लंबवर्तुळाकार दंडगोलाचे वक्र पृष्ठफळ 100cm^2 आणि त्याची उंची 10 cm आहे. त्याच्या तळाचा परीघ ______ आहे. [सोपे]

A) 100cm B) 10cm C) 20cm D) 50cm

२१. 5 मीटर लांब, 6 मीटर रुंद आणि 2 मीटर उंचीची टाकी पूर्ण भरण्यासाठी आवश्यक पाण्याची मात्रा ______ आहे. [कठीण]

A) 6 L B) 60 L C) 20 L D) 60000 L

२२. जर पायाचे क्षेत्रफळ 22cm आणि उंची 10 cm असेल, तर त्या घनायताचे घनफळ ______ आहे. [सोपे]

A) 22000cm^3 B) 2200cm^3 C) 220cm^3 D) 22000cm^2

२३. दंडगोल आणि शंकूची तळाची त्रिज्या आणि उंची समान आहेत. जर दंडगोलाचे घनफळ 360cm3 असेल, तर शंकूचे घनफळ ______ आहे. (सप्टेंबर २०२० सरासरी)

A) 120 cm^3 B) 180 cm^3 C) 90 cm^3 D) 360m^3

२४. 7 cm त्रिज्या असलेल्या गोलाचे पृष्ठफळ ______ आहे. (सप्टेंबर २०२० सरासरी)

A) 154 cm^2 B) 616 cm^3 C) 616 cm^2 D) 308cm^2

२५. 5 cm बाजू असलेल्या घनाचे घनफळ _______ आहे. [सोपे]

A) 125 cm^3 B) 30 cm^3 C) 100cm^3 D) 125 cm^2

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या: (१ गुण)

२६. 'r' त्रिज्या असलेल्या अर्ध गोलाचे संपूर्ण पृष्ठफळ काढण्याचे सूत्र लिहा. [सोपे]

२७. 'r' त्रिज्या असलेल्या अर्ध गोलाचे वक्र पृष्ठफळ काढण्याचे सूत्र लिहा. [सोपे]

२८. 'r' त्रिज्या असलेल्या अर्ध गोलाचे घनफळ काढण्याचे सूत्र लिहा. [सोपे]

२९. 'r' त्रिज्या असलेल्या गोलाचे घनफळ काढण्याचे सूत्र लिहा. [सोपे]

३०. समान त्रिज्या असलेल्या गोलांचे घनफळांचे गुणोत्तर शोधा. [सरासरी]

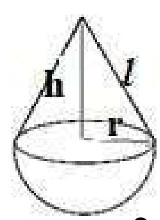
३१. गोल आणि अर्ध गोल यांच्या संपूर्ण पृष्ठफळांचे गुणोत्तर शोधा. [सरासरी]

३२. दंडगोल आणि शंकूची तळाची त्रिज्या आणि उंची समान आहेत. जर दंडगोलाचे घनफळ 30cm^3 असेल, तर शंकूचे घनफळ शोधा. [सरासरी]

३३. एका दंडगोलाच्या तळाचा परीघ १०cm आणि उंची २५cm आहे. त्याचे वक्र पृष्ठभागाचे क्षेत्रफळ शोधा. [सरासरी]

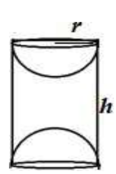
३४. चित्रात दाखवलेल्या खेळण्याचे संपूर्ण पृष्ठफळ काढण्याचे सूत्र लिहा. [कठीण]

३५. चित्रात दाखवल्याप्रमाणे दंडगोलाच्या तळापासून गोलार्ध पोकळ केले आहेत. घन पदार्थाचे घनफळ



काढण्याचे सूत्र लिहा. [कठीण]

३६. ज्या दंडगोलाचे घनफळ 500cm^3 आणि उंची 10cm आहे, त्याची त्रिज्या शोधा. [सरासरी]



३७. दोन दंडगोलांच्या व्यासांचे गुणोत्तर 9:1 आहे आणि त्यांच्या उंचीचे गुणोत्तर 1:9 आहे. त्यांच्या घनफळांचे गुणोत्तर शोधा. [कठीण]

३८. 7cm त्रिज्येच्या गोलाचे पृष्ठफळ शोधा. [एप्रिल 2018 सोपे]

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या : (२ गुण)

३९. दंडगोलाची उंची 20cm आणि त्रिज्या 6cm आहे,तर त्याचे वक्रपृष्ठफळ शोधा. [सोपे]

४०. $27cm^3$ घनफळाचे दोन एकसारखे घन जोडून एक घनाकृती तयार केली.तर त्या घनाकृतीचे संपूर्ण पृष्ठफळ शोधा. [सोपे]

४१. 7cm त्रिज्येच्या अर्ध गोलावर 7cm त्रिज्येचा आणि 4cm उंचीचा शंकू जोडून एक खेळणे बनवले जाते. तर त्या खेळण्याचे घनफळ शोधा. [सरासरी]

४२. 7cm त्रिज्येचे दोन अर्ध गोल 7cm त्रिज्या आणि 10cm उंची असलेल्या दंडगोलाच्या दोन्ही टोकांना जोडले जातात. घानाकृतीचे संपूर्ण पृष्ठफळ शोधा. [सरासरी]

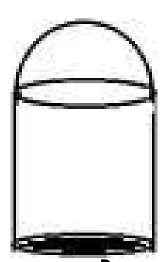
४३. एका घनाचे घनफळ $125cm^3$ आहे. त्याचे पृष्ठफळ शोधा. [सरासरी]

४४. एका गोलाचे घनफळ $38808cm^3$ आहे. त्याचे पृष्ठफळ शोधा. [कठीण]

IV. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (३ गुण)

४५. 6cm त्रिज्येचा शंकू त्याच त्रिज्येच्या अर्धगोलावर बसवलेला आहे. खेळण्याची एकूण उंची 14cm आहे. खेळण्याचे संपूर्ण पृष्ठफळ शोधा. [सरासरी]

४६. चित्रात दाखवल्याप्रमाणे एक घन पदार्थ बनवला आहे. दंडगोलाची उंची 10 cm आणि त्याची त्रिज्या



3.5cm आहे. घनाकृतीचे संपूर्ण पृष्ठफळ शोधा. [सरासरी]

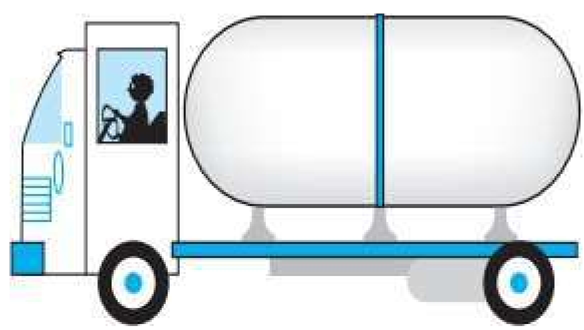
४७. चित्रात दाखवल्याप्रमाणे एक सरबत विक्रेता ग्राहकांना ग्लासमध्ये सरबत देत होता.दंडगोलाकार ग्लासचा आतील व्यास 6cm आणि उंची 12cm आहे. तर त्या ग्लासची क्षमता शोधा.
[कठीण]



४८. एक सर्कसचा तंबू दंडगोलाच्या आकाराचा असून त्यावर शंकू बसवलेला आहे. जर दंडगोलाची उंची आणि व्यास अनुक्रमे 5 m आणि 126m असतील, आणि तंबूची एकूण उंची 21 m असेल, तर तंबू बनवण्यासाठी वापरलेल्या कॅनव्हासचे क्षेत्रफळ शोधा. [कठीण]

V. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (४ गुण)

४९. एका ट्रकमध्ये दंडगोलाकार टाकीच्या दोन्ही टोकांना अर्ध गोल बसविले आहेत.टाकी पूर्ण पणे पेट्रोलने भरलेली आहे. पेट्रोल टाकीतून दर मिनिटाला 742.5L च्या दराने 1तासात रिकामी होते. जर टाकीचा व्यास 3m असेल, तर टाकीची लांबी शोधा. [कठीण]

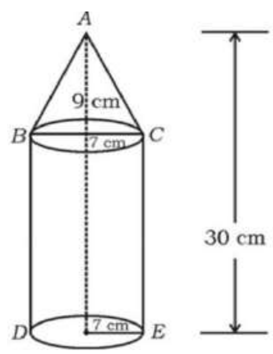


50. एक शंकू एकाअर्ध गोलावर बसवलेला आहे, ज्याची त्रिज्या अर्ध गोलाच्या त्रिज्येएवढी आहे. जर अर्ध गोलाचे घनफळ 6335 सेमी^{3} आणि तिरकस उंची 12.5 सेमी असेल, तरघन वस्तूचे पृष्ठफळ शोधा.
[सरासरी]

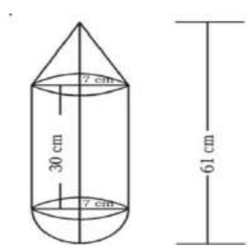
51. एका गोलाकार काचेच्या भांड्याला 8 सेमी लांब,व 2 सेमी व्यासाची दंडगोलाकार गळा आहे; भांड्याचा गोलाकार भाग 8.5 सेमी व्यासाचा आहे. त्यात मावणाऱ्या पाण्याचे प्रमाण मोजून एका मुलाने

त्या भांड्याचे घनफळ 345cm^2 आहे असे काढले.त्या मुलाचे उत्तर बरोबर आहे का याचा पडताळा करा. π=3.14 घ्या. [कठीण]

52. एका दंडगोलाच्या वर्तुळाकार भागावर एक शंकू बसविला आहे. ज्यामध्ये शंकूची त्रिज्या आणि दंडगोलाची त्रिज्या समान आहेत. जर शंकूच्या तळाची त्रिज्या 7 सेमी आणि उंची 9 सेमी असेल. जर घन वस्तूची एकूण लांबी 30 सेमी असेल, तर घन वस्तूचे घनफळ शोधा.
[एप्रिल 2018 सरासरी]

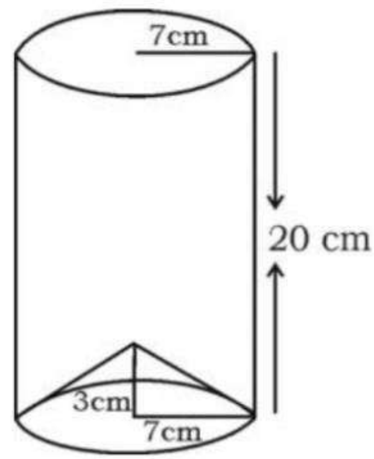


53. एका दंडगोलाकार घानाकृतीच्या एका टोकाला शंकू व दुसरया टोकाला अर्धगोल बसविला आहे, दंडगोलाची त्रिज्या 7 सेमी आणि उंची 30cm आहे. वस्तूची एकूण लांबी 61 सेमी असेल, तर 100 सेमी^{2} ला 10 रुपये दराने त्या वस्तूच्या बाहेरील पृष्ठभागाला रंग देण्यासाठी येणारा खर्च काढा.
[जून 2018 कठीण]

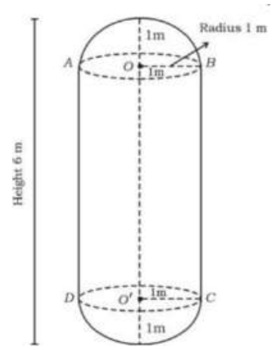


54. धातूच्या पत्र्यापासून बनवलेल्या दंडगोलाकार भांड्याचा तळ शंकू आकाराच्या भांड्याने आकृतीत दाखविल्या प्रमाणे बंद केलेला आहे, दंडगोलाच्या वर्तुळाकार तळाची त्रिज्या आणि शंकूच्या वर्तुळाकार तळाची त्रिज्या प्रत्येकी 7 सेमी आहे. जर दंडगोलाची उंची 20 सेमी आणि शंकूची उंची 3 सेमी असेल, तर

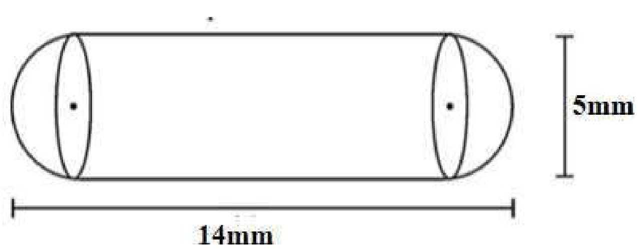
हे भांडे पूर्णपणे दुधाने भरण्यासाठी 20 रुपये प्रति लिटर दराने लागणारा खर्च काढा.
[मार्च 2019 कठीण]



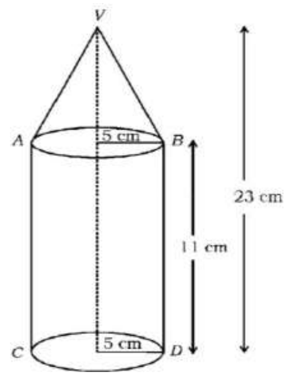
55. एका दुधाच्या टाकीचा आकार दंडगोलासारखा आहे, ज्याच्या दोन्ही टोकांना समान त्रिज्येचे अर्धगोल चित्रात दाखवल्या प्रमाणे जोडलेले आहेत, जसे चित्रात दाखवले आहे. जर टाकीची एकूण उंची 6 मीटर आणि त्रिज्या 1 मीटर असेल, तर टाकीमध्ये भरल्या जाणाऱ्या दुधाचे कमाल प्रमाण लिटरमध्ये काढा.
[जून 2019 सरासरी]



56. एक औषधी कॅप्सूल दंडगोलाच्या आकाराची आहे, जीच्या दोन्ही टोकांना अर्धगोल बसविलेले आहेत. संपूर्ण कॅप्सूलची लांबी 14 मिमी आणि कॅप्सूलचा व्यास 5 मिमी आहे. त्या कॅप्सूलचे पृष्ठफळ शोधा.
[सप्टेंबर 2020 कठीण]

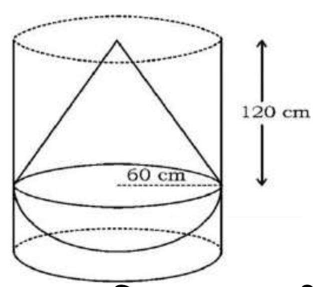


57. एका दंडगोलावर एक शंकू आकृतीत दाखविल्या प्रमाणे बसविला आहे,.दंडगोल आणि शंकूची त्रिज्या 5 सेमी आहे. जर दंडगोलाची उंची 11 सेमी आणि घनाकृतीची एकूण उंची 23 सेमी असेल, तर घनाकृतीचे वक्रपृष्ठफळ आणि घनफळ शोधा. [जून2024 सरासरी]

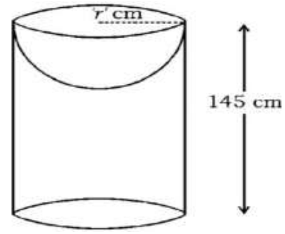


58. एक अर्धगोल ज्याची त्रिज्या 60cmआहे त्यावर 120 सेमी उंची आणि 60 सेमी त्रिज्येचा एक भरीव शंकू बसविलेला आहे. ही घनाकृती पाण्याने भरलेल्या वृतचितीत अशी सोडली कि ती त्या वृतचीतीच्या तळाला स्पर्श करेल, जर त्या वृतचीतीची त्रिज्या 60cm व उंची 180cm असेल तर त्या वृतचीतीत राहिलेल्या पाण्याचे घनफळ काढा. [एप्रिल 2025 कठीण]

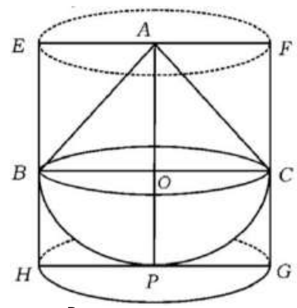
59. एक घनाकृती एका दंडगोलापासून बनलेली आहे, ज्याच्या वरच्या टोकावर एक अर्धगोल पोखरला (depression) आहे, ज्याची त्रिज्या दंडगोलाच्या 'r' सेमी त्रिज्येइतकी आहे, जसे चित्रात दाखवले आहे.पोखरलेल्या अर्धगोलाचे घनफळ 18000 π सेमी^{3} आहे. जरदंडगोलाची उंची 145 सेमी असेल, तर त्या घनाकृतीचे संपूर्ण पृष्ठफळ π च्या स्वरुपात शोधा.



[एप्रिल2025कठीण]



60. एका अर्ध गोलावर लंब रुपात एक शंकू बसविलेले एक भरीव खेळणे आहे शंकू ची उंची 2cm आणि त्याच्या पायाचा व्यास 4cm आहे.तर त्या खेळण्याचे घनफळ निश्चित करा. जर त्या खेळण्याच्या उंचीचे लंब वर्तुळाकार वृतचीतीचे आवरण ठेवले तर ते खेळणे आणि वृतचीती यांच्या घानाफालातील फरक काढा. [मे 2025 कठीण]



61. 2.4 मी उंची आणि 1.4 मी व्यास असलेल्या एका घन दंडगोलातून त्याच उंचीची आणि त्याच व्यासाची एक शंकूच्या आकाराची पोकळी काढली जाते. तर उरलेल्या घनाकृतीचे संपूर्ण पृष्ठफळ शोधा.
[मे 2025 सरासरी]

VI. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (5 गुण)

62. एका दंडगोलाच्या एका बाजूला एक अर्धगोल आणि दुसऱ्या बाजूला एक शंकू जोडून एक खेळणे बनवले आहे. या तीनही घन वस्तूंचा व्यास 10 सेमी आहे आणिखेळण्याची उंची 20 सेमी आहे. जर शंकूची तिरकस उंची 13 सेमी असेल, तर खेळण्याचे पृष्ठफळ आणि घनफळ शोधा.
[सोपे]

63. 2.8 सेमी उंची आणि 4.2 सेमी व्यास असलेल्या एका घन दंडगोलातून त्याच उंचीचा आणि त्याच व्यासाची एक शंकूच्या आकाराची पोकळी काढली आहे. तर उरलेल्या घनाकृतीचे एकूण पृष्ठफळ शोधा.
[कठीण]

64. 6 सेमी त्रिज्या आणि 27 सेमी उंचीच्या लाकडी दंडगोलाच्या एका बाजूला त्याच त्रिज्येचा एक अर्धगोल आणि दुसरया बाजूला शंकू कोरून काढला आहे . जर शंकूची उंची 8 सेमी असेल, तर घनाकृतीचे पृष्ठफळ आणि घनफळ शोधा.   [सरासरी]

65. एका दंडगोलाचे घनफळ एका शंकूच्या घनफळाच्या 5 पट आहे. शंकूच्या तळाची त्रिज्या आणि तिरकस उंची अनुक्रमे 7 सेमी आणि 25 सेमी आहे. दंडगोलाच्या तळाची त्रिज्या 14 सेमी आहे. दंडगोलाचे घनफळ आणि पार्श्वपृष्ठफळ शोधा.   [ऑगस्ट 2024 कठीण]

युनिट: 12 पृष्ठफ़ळ आणि घनफळ

I. बहुपर्यायी प्रश्न

1. B) $6a^2$
2. D) $4a^2$
3. C) a^3
4. A) 2(lb+bh+hl)
5. D) 2h(l+b)
6. B) lxbxh
7. D) 2πrh
8. A) πr(r+h)
9. C) $\pi r^2 h$
10. A) πrl
11. B) πr (r+l)
12. C) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
13. D) $4\pi r^2$
14. D) $\frac{4}{3}\pi r^3$ घन एकके
15. C) 3:1

16. D) $20cm^3$

17. B) 6cm

18. C) $216cm^3$

19. D) $30cm^3$

20. D) 10cm

21. D) 60,000ltr

22. C) $220cm^3$

23. A) $120cm^3$

24. C) $616cm^3$

25. D) $125cm^3$

II. एक-गुण प्रश्न (One-mark questions)

26. $A=3\pi r^2$

27. $A=2\pi r^2$

28. $V= \frac{2}{3}\pi r^3$

29. $V= \frac{4}{3}\pi r^3$

30. 2:1

31. 4:3

32. शंकुचे घनफळ $=\frac{1}{3}$ दंडगोलाचे घनफळ

$=\frac{1}{3} \times 30\ cm^3$

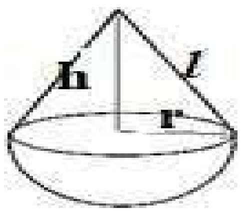
$=10\ cm^3$

33. $A=2\pi rh$

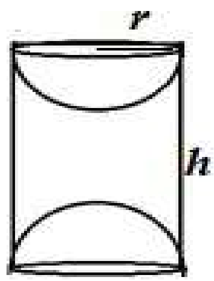
$= 10x25$

$= 250cm^2$

34. $TSA=\pi rl + 2\pi r^2$



35. $V=\pi r^2h - \frac{4}{3}\pi r^3$



36. $V= \pi r^2h$

$500 = \pi r^2 \times 10$

$r^2 = 500x\frac{7}{22}x\frac{1}{10}$

$r^2 = \frac{350}{22}$

$r = 3.9\ cm$

37. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{(\pi r_1{}^2 h_1)}{(\pi r_2{}^2 h_2)}$

$\frac{v_1}{v_2} = \frac{(r_1{}^2 h_1)}{(r_1{}^2 h_1)}$

$\frac{v_1}{v_2} = \frac{9^2}{1^2} \times \frac{1}{9}$

$\frac{v_1}{v_2} = \frac{81}{1} \times \frac{1}{9}$

$\frac{v_1}{v_2}$ = 9:1

38. 616cm^2

III. दोन-गुण प्रश्न (Two-mark questions)

39. h =20cm, r=6cm

सिलिंडरचे CSA (वक्र पृष्ठफळ) = 2πrh

A = 2 x $\frac{22}{7}$ x 6 x 20

A = $\frac{5280}{7}$

A = 754.2857 cm^2

40. घनाच्या कडेची लांबी = 3cm

घनायाताची लांबी =3+3 = 6cm

l=6cm, b=3cm, h=3cm

TSA (एकूण पृष्ठभाग क्षेत्रफळ) = 2[lb+bh+hl]

$= 2[6x3 + 3x3 + 3x6]$

$= 2x45$

TSA= $90cm^2$

41. खेळण्याचे घनफळ = अर्धगोलाचे घनफळ + शंकूचे घनफळ

$V = \frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$V = \frac{1}{3} x \frac{22}{7} x 7 x 7 x [2x7 + 4]$

$V = \frac{1}{3} x \frac{22}{7} x 49 x 18$

$V = \frac{2772}{3}$

$V = 924 cm^3$

42. खेळण्याचे संपूर्ण पृष्ठफळ (TSA of toy)

= सिलिंडरचे वक्रपृष्ठफळ + गोलाचे संपूर्ण पृष्ठफळ

$A = 2\pi rh + 4\pi r^2$

$A = 2\pi r (h+2r)$

$A = 2 x \frac{22}{7} x 7 (10 + 2x7)$

$A = 44 x 24$

$A = 1056 cm^2$

43. $a^3 = 125,\quad a = 5cm$

घनाचे LSA (पार्श्व पृष्ठफळ) = $4a^2$

$$A = 4 \times 5 \times 5$$

$$A = 100\ cm^2$$

44. $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$38808 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} x r^3$

$r^3 = \frac{38808\ x 2}{88}$

$r^3 = 9261$

$r = 21$

$A = 4\pi r^2$

$A = 4 \times \frac{22}{7} \times 21^2$

$A = 5544\ cm^2$

IV. तीन-गुण प्रश्न (Three Marks Questions)

45. शंकूची उंची $h = 14-6 = 8cm \qquad r = 6cm$

शंकूची तिरकस उंची $l^2 = r^2 + h^2$

$l^2 = 6^2 + 8^2$

$l^2 = 36 + 64$

$l^2 = 100$

$l = 10cm$

खेळण्याचे पृष्ठफळ = शंकूचे वक्रपृष्ठफळ + अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ

$A = \pi rl + 2\pi r^2$

$A = \pi r (l + 2r)$

$A = \frac{22}{7} \times 6 (10 + 2\times6)$

$A = \frac{22}{7} \times 6 (22)$

$A = \frac{2904}{7}$

$A = 414.85\ cm^2$

46. खेळण्याचे पृष्ठफळ = सिलिंडरचे वक्रपृष्ठफळ +अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ + वर्तुळाचे क्षेत्रफळ



$h = 10cm \quad r = 3.5cm$

$A = 2\pi rh + 2\pi r^2 + \pi r^2$

$A = 2\pi r h + 3 \pi r^2$

$A = \pi r (2h + 3r)$

$A = \frac{22}{7} \times (3.5) (2 \times 10 + 3 \times 3.5)$

$A = 11(20+10.5)$

$A = 11(30.5)$

$A = 335.5\ cm^2$

47. $d = 6cm$, $r = 3cm$, $h = 12cm$

ग्लासचे घनफळ (क्षमता) = सिलिंडरचे घनफळ - अर्धगोलाचे घनफळ



$V = \pi r^2 h - \frac{2}{3}\pi r^3$

$V = \pi r^2 (h - \frac{2}{3} r)$

$V = \frac{22}{7} \times 3^2 \times (12 - \frac{2}{3} \times 3)$

$V = \frac{22}{7} \times 9 \times (12 - 2)$

$V = \frac{22}{7} \times 9 \times 10$

$V = \frac{1980}{7}$

$V = 282.857\ cm^3$

48. $d = 126m$, $r = 63m$, $h = 5m$

शंकूची उंची $h = 21 - 5 = 16m$

$l^2 = r^2 + h^2$

$l^2 = 63^2 + 16^2$

$l^2 = 3969 + 256$

$l^2 = 4225$

$l = 65m$

कॅनव्हास कापडाचे क्षेत्रफळ = सिलिंडरचे वक्रपृष्ठफळ + शंकूचे वक्रपृष्ठफळ

$A = 2\pi rh + \pi rl$

$A = \pi r\ (2h + l)$

$A = \frac{22}{7} \times 63 \times (2 \times 5 + 65)$

$A = \frac{22}{7} \times 63 \times (10 + 65)$

$A = \frac{22}{7} \times 63 \times 75$

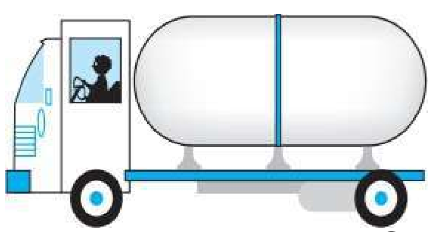
$A = 22 \times 9 \times 75$

$A = 14850\ m^2$

कॅनव्हास कापडाचे क्षेत्रफळ = $14850\ m^2$

V. चार मार्कांचे प्रश्न

49. प्रतिमिनिटात रिकामी झालेला पेट्रोल = 742.5 लिटर



एका तासात = 742.5 x 60 = 44550 लिटर

टाकीची क्षमता = 44550 लिटर   टाकीची त्रिज्या $r = \frac{3}{2}$ m

टाकीचे घनफळ = सिलेंडरचे घनफळ + 2 अर्धगोलाचे घनफळ

$$V= \pi r^2 h + 2x \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$V= \pi r^2 (h+ \frac{4}{3} r)$$

$$44550= \frac{22}{7} (\frac{3}{2})^2 (h+2)$$

$$\frac{44\,55\,0 \, x \, 7 \, x \, 4}{22 \, x \, 9} = h + 2$$

$$\frac{63\,00}{1000} = h + 2$$

$$6.3 = h + 2$$

टाकीची लांबी = h = 6.3 - 2 = 4.3 मीटर

टाकीची लांबी = 4.3 मीटर

50. घनफळ = $\frac{2}{3}$πr3

$$\frac{539}{6} = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3$$

$$r^3 = \frac{539 x 3 x 7}{6 x 2 x 22}$$

$$r^3 = \frac{49 x 7}{8}$$

$r = \frac{7}{2}$ सेमी

खेळण्याचे पृष्ठफळ = $2\pi r^2 + \pi r l$

$$= \pi r (2r + l)$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} (2x \frac{7}{2} + 12.5)$$

$A = 214.5$ सेमी^{2}

51. $r_s = 8.5/2 = 4.25$ सेमी $r_c = 1$ सेमी

पाण्याचे घनफळ = सिलेंडरचे घनफळ + गोलाचे घनफळ

$V = \pi r^2 h + \frac{4}{3} \pi r_s^3$

$V = \pi (r_c^2 h + \frac{4}{3} r_s^3)$

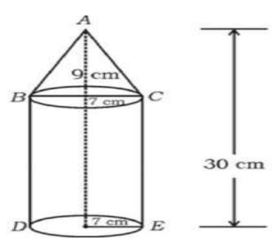
$V = 3.14(1^2 \times 8 + \frac{4}{3} \times (4.25)^3)$

$V = 3.14 \times \frac{24+307.08}{3}$

$V = \frac{10\,39.59}{3}$

$V = 346.53$ सेमी^{3}

52. $r = 7$ सेमी $h_1 = 21$ सेमी(सिलिंडरसाठी) $h_2 = 9$ सेमी(शंकुसाठी)



वस्तूचे घनफळ = सिलेंडरचे घनफळ + शंकूचे घनफळ

$= \pi r^2 h_1 + \frac{1}{3} \pi r^2 h_2$

$= \pi r^2 (h_1 + \frac{1}{3} h_2)$

$= \frac{22}{7} \times 7^2 (21 + \frac{1}{3} \times 9)$

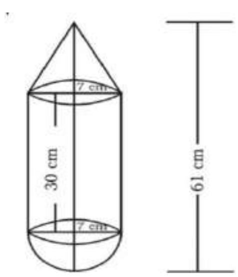
$=22\times7\times24$

V = 3696 घ.से.मी.

53. शंकूची उंची = 61 - (30 + 7) = 61 - 37 = 24 सेमी

पण 7,24,25 हे पायथागोरियन त्रिके आहे.

शंकूची तिरकस उंची = l = 25 सेमी



घनाकृतीचे संपूर्ण पृष्ठफळ =शंकूचे वक्रपृष्ठफळ + सिलेंडरचे वक्रपृष्ठफळ +अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ

$= \pi rl+2\pi rh+2\pi r^2$

$=\pi r(l+2h+2r)$

$= \frac{22}{7}\times7(25+2\times30+2\times7)$

$=22\times(25+60+14)$

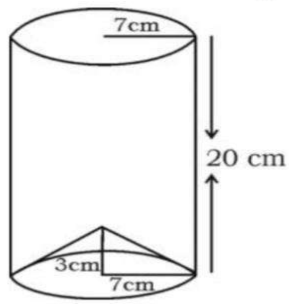
$=22\times99$

= 2178 सेमी^{2}

100 सेमी^{2} रंग देण्याचा खर्च 10 रुपये असल्यास, एकूण खर्च = $\frac{2178}{100}\times10$

= 217.8 रुपये

54. भांड्याचे घनफळ = सिलेंडरचे घनफळ - शंकूचे घनफळ



सिलेंडरचे घनफळ = πr^2 h = $\frac{22}{7}\times7\times7\times20$

V_1 = 3080 सेमी^{2}

शंकूचे घनफळ = $\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\times\frac{22}{7}\times7\times7\times3$

V_2 = 154 सेमी^{2}

भांड्याचे घनफळ = $V_1 - V_2$

= 3080 - 154

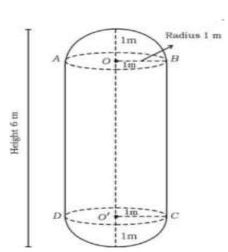
= 2926 सेमी^{2}

= 2926/1000 लिटर

= 2.926 लिटर

20 रुपये प्रति लिटर दराने हे भांडे दूध भरण्याचा खर्च. = 2.926×20 = 58.52 रुपये

55. अर्धगोलाची त्रिज्या = 1 मीटर



सिलिंडरची त्रिज्या = 1 मीटर

सिलिंडरची उंची h = 4 मीटर

घनाकृतीचे घनफळ = सिलिंडरचे घनफळ + 2 (अर्धगोलाचे घनफळ)

$= \pi r^2 h + 2(\frac{2}{3}\pi r^3)$

$= \pi r^2 (h + \frac{4}{3} r)$

$= \frac{22}{7} \times 1^2 (4 + \frac{4}{3} \times 1)$

$= \frac{22}{7} \times 1 \times (\frac{12+4}{3})$

$= \frac{22}{7} x \frac{16}{3}$

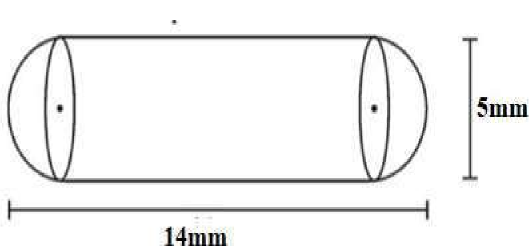
$= \frac{352}{21}$ मीटर^3

$= \frac{352}{21} \times (100$ सेमी$)^3$

$= \frac{352}{21} \times \frac{1000000}{1000}$ लिटर

दुधाच्या टाकीची क्षमता = 16761.9 लिटर .

56. अर्धगोलाचा व्यास = 5 मिमी



पूर्ण कॅप्सूलची लांबी = 14 मिमी

सिलिंडरची उंची $h = 14 - 5 = 9$ मिमी

कॅप्सूलचे पृष्ठफळ $= 2\pi rh + 4\pi r^2$

$= 2\pi r(h+2r)$

$= 2\times\frac{22}{7}\times2.5(9+2\times2.5)$

$= 2\times\frac{22}{7}\times2.5(9+5)$

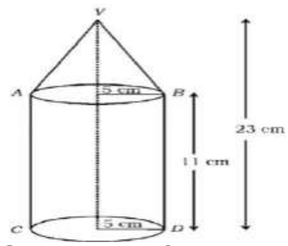
$= 2\times\frac{22}{7}\times2.5\times14$

$= 88\times2.5$

कॅप्सूलचे पृष्ठभागाचे क्षेत्रफळ = 220 मिमी^{2}

57. शंकूची उंची $h = 23 - 11 = 12$ सेमी

शंकूची त्रिज्या $r = 5$ सेमी



शंकूची तिरकस उंची $l^2 = r^2+h^2$

$= 5^2+12^2$

$= 25+144$

$= 169$

$l = 13$ सेमी

घनाकृतीचे एकूण पृष्ठफळ = शंकूचे वक्र पृष्ठफळ + सिलिंडरचे वक्र पृष्ठफळ

$=\pi rl+2\pi rh$

$= \pi r\,(l+2h)$

$= \frac{22}{7}\times 5(13+2\times 11)$

$= \frac{22}{7}\times 5(13+22)$

$= \frac{22}{7}\times 5\times 35$

$=22\times 5\times 5$

= 550 सेमी$

दिलेल्या वस्तूचे घनफळ = शंकूचे घनफळ + सिलेंडरचे घनफळ

$= \frac{1}{3}\pi r^2h+\pi r^2H$

$=\pi r^2(\frac{1}{3}h + H)$

$= \frac{22}{7}\times 5\times 5(\frac{1}{3}\times 12+11)$

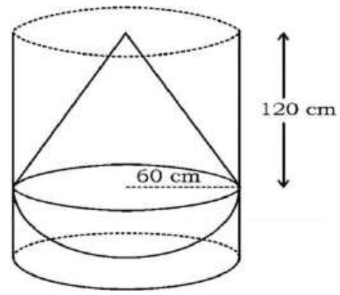
$= \frac{22}{7}\times 25(4+11)\pi$

$= \frac{22}{7}\times 25\times 15$

$= \frac{8250}{7}$

= 1178.57 सेमी^{3}

58. सिलेंडरचे घनफळ = $\pi r^2 h$



$= \pi\ (60\times60\times180)$

$=648000\ \pi$ सेमी^{3}

घन वस्तूचे घनफळ = शंकूचे घनफळ + अर्धगोलाचे घनफळ

$= \frac{1}{3}\pi r^2 H + \frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{1}{3}\pi r^2 (H+2r)$

$= \frac{1}{3}\times(60\times60\times[120+2\times60])\ \pi$

$= \frac{1}{3}\times(3600\times[120+120])\ \pi$

$= \frac{1}{3}\times3600\times240\ \pi$

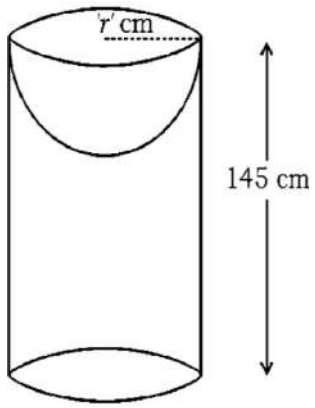
$V = 288000\ \pi$ सेमी^{3}

सिलिंडरमध्ये राहिलेल्या पाण्याचे घनफळ = सिलेंडरचे घनफळ - घन वस्तूचे घनफळ

$= (648000-288000)\pi$ सेमी^{3}

$=360000\pi$ सेमी^{3}

59. अर्धगोलाचे घनफळ = $\frac{2}{3}\pi r^3$



$18000\pi = \frac{2}{3}\pi r^3$

$18000 = \frac{2}{3} r^3$

$r^3 = \frac{18000}{2} \times 3$

r3 = 27000

r = 30 सेमी

घनाकृतीचे एकूण पृष्ठफळ = अर्धगोलाचे वक्र पृष्ठफळ + सिलेंडरचे वक्र पृष्ठफळ

+ वर्तुळाकार तळाचे क्षेत्रफळ

$= 2\pi r^2 + 2\pi r h + \pi r^2$

$= 3\pi r^2 + 2\pi rh$

$= \pi r (3r+2h)$

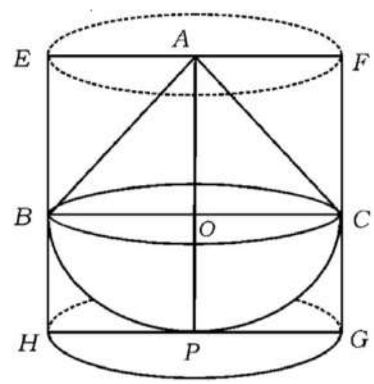
$= \pi \times 30(3\times30+2\times145)$

$= \pi\times30(90+290)$

$= \pi\times30\times380$

$= \quad 11400\pi \text{ cm}^2$

60. शंकूच्या तळाची त्रिज्या = BO = rs= $\frac{4}{2}$ = 2 सेमी   अर्धगोलाची त्रिज्या = BO = r = 2 सेमी



खेळण्याचं घनफळ = अर्धगोलाचं घनफळ + शंकूचं घनफळ

$= \frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{2}{3} \times 3.14 \times 2^3 + \frac{1}{3} \times 3.14 \times 2^2 \times 2$

$= \frac{2}{3} \times 3.14 \times 8 + \frac{1}{3} \times 3.14 \times 4 \times 2$

$= \frac{50.24}{3} + \frac{25.12}{3}$

$= \frac{75.36}{3}$

=25.12 सेमी^{3}

EFGH हा लंब वर्तुळाकार सिलिंडर आहे. EFGH ची त्रिज्या = HP = BO = r = 2 सेमी

EFGH ची उंची = EH = h = 4 सेमी

राहिलेल्या भागाचे घनफळ = लंब वर्तुळाकार सिलिंडरचे घनफळ - खेळण्याचं घनफळ

$= \pi r^2 h - 25.12$

$= 3.14 \times 2^2 \times 4 - 25.12$

$= 3.14 \times 4 \times 4 - 25.12$

$= 50.24 - 25.12$

= 25.12 सेमी^{3}

61. सिलिंडरची उंची = h = शंकूची उंची = 2.4 मी   सिलिंडरचा व्यास d = 1.4 मी

सिलिंडरची त्रिज्या $r_c = \frac{1.4}{2} = 0.7$ मी

शंकूची तिरकस उंची $l^2 = h^2 + r^2$

$l^2 = (2.4)^2 + (0.7)^2$

$l^2 = 5.76 + 0.49$

$l^2 = 6.25$

$l = 2.5$ मी

शंकूची त्रिज्या = r = 0.7 मी

उरलेल्या घनाकृतीचे एकूण पृष्ठफळ = सिलिंडरचे वक्रपृष्ठफळ + शंकूचे वक्रपृष्ठफळ

+ सिलिंडरच्या तळाचे क्षेत्रफळ

$= 2\pi r h + \pi r l + \pi r^2$

$= \pi r (2h + l + r)$

$= \frac{22}{7} \times 0.7(2 \times 2.4 + 2.5 + 0.7)$

$=22\times0.1(4.8+2.5+0.7)$

$=2.2\times8.0$

$=17.6$ मी^{2}

VI. पाच मार्कांचे प्रश्न

62. खेळण्याचं पृष्ठफळ = सिलेंडरचे वक्रपृष्ठफळ + अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ +शंकूचे वक्रपृष्ठफळ

$=2\pi rh+2\pi r^2+\pi rl$

$=\pi r(2h + 2r + l)$

$=\frac{22}{7}$x 5(2x20 + 2x5 +13)

$= \frac{110}{7}$x 63

$A = 990\ cm^2$

खेळण्याचं घनफळ V = सिलिंडरचे घनफळ + अर्धगोलाचे घनफळ + शंकूचे घनफळ

$V = (\pi r^2h +\frac{2}{3}\pi r^2 +\frac{1}{3}\pi r^2h)$

$= \pi r^2(h +\frac{2}{3}r +\frac{1}{3}h)$

$= \frac{22}{7}$x 5 x 5 (20+$\frac{2}{3}$x 5+$\frac{1}{3}$x 12)

$=\frac{550}{5}$x 27.3

$= \frac{15015}{5}$

$= 2145\ cm^3$

63. d = 4.2 सेमी, r = 2.1 सेमी सिलिंडरची उंची = शंकूची उंची = 2.8 सेमी

शंकूची तिरकस उंची $l^2=h^2+r^2$

$l^2=(2.8)^2+(2.1)^2$

$l^2=7.84+4.41$

$l^2=12.25$

$l=3.5$ सेमी

उरलेल्या घनाकृतीचे पृष्ठफळ. = सिलिंडरचे वक्रपृष्ठफळ + शंकूचे वक्रपृष्ठफळ + तळाचे क्षेत्रफळ

= $2\pi r h+\pi r l+\pi r^2$

$= \pi r (2h+l+r)$

$= \frac{22}{7}\times 2.1(2\times 2.8+3.5+2.1)$

$=22\times 0.3(5.6+3.5+2.1)$

$=6.6(11.2)$

$=73.92$ सेमी^{2}

64. सिलिंडरची उंची = 27 सेमी   r = 6 सेमी   शंकूची उंची = 8 सेमी

शंकूची तिरकस उंची $l^2=h^2+r^2$

$l^2=8^2+6^2$

$l^2=64+36$

$l^2=100$

$l=10$ सेमी

घनाकृतीचे पृष्ठफळ = सिलिंडरचे वक्रपृष्ठफळ + अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफळ + शंकूचे वक्रपृष्ठफळ A

$= 2\pi rh+2\pi r^2+\pi rl$

$=\pi r\ (2h+2r+l)$

$=\pi\times6[2\times27+2\times6+10]$

$=\pi\times6[54+12+10]$

$=\pi\times6[76]$

$=456\pi$ सेमी^{2}

$A = 456\times\frac{22}{7}$

$= 1433.142$ सेमी^{2}

घनफळ (V) = सिलिंडरचे घनफळ + अर्धगोलाचे घनफळ + शंकूचे घनफळ

$V=\pi r^2H+\frac{2}{3}\pi r^3- + \frac{1}{3}\pi r^2h$

$V=\pi[6\times6\times27+\frac{2}{3}\times6\times6\times6+\frac{1}{3}\times6\times6\times8]$

$V=\pi\ [36\times27+2\times36\times2+12\times8]$

$V=\pi\ [972+144+96]$

$V=\pi\ [1116+96]$

$V=\frac{22}{7}\ [1212]$

$V=3809.14$ सेमी^{3}

65. शंकूची उंची $h^2 = l^2 - r^2$

$h^2 = 25^2 - 7^2$

$h^2 = 625 - 49$

$h^2 = 576$

$h = 24$ सेमी

शंकूचे घनफळ = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24$

$= 22 \times 7 \times 8$

$= 1232$ सेमी^{3}

सिलिंडरचे घनफळ = 5 x शंकूचे घनफळ

$= 5 \times 1232$

$= 6160$ सेमी^{3}

सिलिंडरची त्रिज्या = 14 सेमी

सिलिंडरचे घनफळ = $\pi r^2 h$

$6160 = \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times h$

$6160 = 22 \times 2 \times 14 \times h$

$h = \frac{6160}{22x2x14}$

$h = 10$ सेमी

सिलिंडरचे वक्र पृष्ठफळ = 2πrh

$$=2\times\frac{22}{7}\times14\times10$$

$$=2\times22\times2\times10$$

$=880$ सेमी^{2}

UNIT : 13 सांख्यिकी

- **कलिका अंश**
- **वर्गीकृत सामग्रीचा मध्य मध्यांक आणि बहुलक**
- **मध्य मध्यांक आणि बहुलक यामधील संबंध**

प्रश्नांची संख्या सोपे साधारण कठीण

प्रश्नांची संख्या	सोपे	साधारण	कठीण
64	**14**	**47**	**3**

I. खालील प्रश्नांना चार पर्याय दिलेले आहेत त्यातील योग्य पर्याय निवडून पर्यायासहित लिहा

(1 Mark)

1. दिलेल्या गुणांका मध्ये जास्तीत जास्त वेळा पुनरावर्तीत होणारी संख्या (April 2021 Easy)

   A) सरासरी B) बहुलक C) मध्यांक D) व्याप्ती

2. वर्गांतराचा मध्य काढण्याचे सूत्र (Easy)

   A) $\frac{\text{उच्च मर्यादा} - \text{न्यूनतम मर्यादा}}{2}$ B) $\frac{\text{उच्च मर्यादा } x \text{ न्यूनतम मर्यादा}}{2}$

   C) $\frac{\text{उच्च मर्यादा} + \text{न्यूनतम मर्यादा}}{2}$ D) $\frac{\text{उच्च मर्यादा} - \text{न्यूनतम मर्यादा}}{3}$

3. दिलेल्या तक्त्यात बहुलक असणाऱ्या वर्गांतराची न्युनतम मर्यादा (Easy)

संभाग श्रेणी	10-20	20-30	30-40	40-50
वारंवारता	6	4	12	3

A)10 B)20 C)30 D)50

4. एका वारंवारता वितरण सारणीचा मध्य आणि असेल तर k ची किंमत 7.5 , ∑ fixi = 120+3k आणि ∑ fi = 30 असेल तर k ची किंमत
(Easy)

A)35 B) 3.5 C) 0.35 D) 3.05

B) या केंद्रीय कलाची प्रवृत्ती तपासण्यासाठी संचित वारंवारतेचा उपयोग होतो

5. (Easy)

A) मध्य B) मध्यांक C) बहुलक D) विचलन

6. केंद्रीय कलाच्या तीन मापनांमधील संबंध,

(April 2024) (Easy)

A)3 मध्यांक = 2 सरासरी + बहुलक B) 3 सरासरी = 2 मध्यांक + बहुलक
C) सरासरी = 3 मध्यांक + बहुलक D) बहुलक = 3 सरासरी +2 मध्यांक

7. वर्गीकृत सामग्रीचा मध्यांक काढण्याची सूत्रा मधील h म्हणजे (Average)
f

A) मध्यांक असणाऱ्या संभागश्रेणीची निम्नतम मर्यादा
B) मध्यांक असणाऱ्या संभागश्रेणीची वारंवारता
C) मध्यांक असणाऱ्या संभागश्रेणीची व्याप्ती
D) मध्यांक असणाऱ्या संभागश्रेणीची संचित वारंवारता

8. एका वारंवारता सारणीची सरासरी आणि बहुलक अनुक्रमे 7.5 आणि 6 आहे तर त्या सारणीचा मध्यांक

(Average)

A)3 B) 5 C) 7 D) 9

9. एका शाळेतील मुलींच्या उंचीचा मध्यांक आहे 149.03cm. म्हणजे,

(Average)

A)25%मुलींची उंची 149.03cm च्या पेक्षा जास्त आणि 75% मुलींची उंची 149.03cm च्या पेक्षा कमी

B) 50 %मुलींची उंची 149.03cm च्या पेक्षा जास्त आणि 50% मुलींची उंची 149.03cm च्या पेक्षा कमी

C) 75 %मुलींची उंची 149.03cm च्या पेक्षा जास्त आणि 25% मुलींची उंची 149.03cm च्या पेक्षा कमी

D) 60 %मुलींची उंची 149.03cm च्या पेक्षा जास्त आणि 40% मुलींची उंची 149.03cm च्या पेक्षा कमी

10. पायरी विचलन पद्धतीने सरासरी किंवा मध्य काढण्याचे सूत्र

(MQP -4 2025 EASY)

A) $\bar{x} = a + \frac{\sum fiui}{\sum fi} \times h$ B) $\bar{x} = a + \frac{\sum fi}{\sum fi\,ui} \times h$

C) $\bar{x} = a \times \frac{\sum}{\sum fi} \times h$ D) $\bar{x} = a \div \frac{\sum fiui}{\sum fi} \times h$

II. *खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या (1 Mark)*

11. संभागश्रेणी 10- 24 चा वर्ग मध्य लिहा . (Easy)

12. खाली दिलेल्या संचित वारंवारता सारणीचे असणारे संभागश्रेणी लिहा.

(SLP -2024 – Easy)

संभागश्रेणी अंक	विद्यार्थी संख्या	संचित वारंवारता
0– 10	3	3
10 – 20	4	7
20 – 30	7	14
30 – 40	6	20
	n = 20	

13. दिलेल्या सारणी मध्ये बहुलक असणारी संभागश्रेणी लिहा. (March 2025 – Easy)

संभागश्रेणी	वारंवारता
1-3	4
3-5	8
5-7	2
7-9	2

14. प्रत्यक्ष पद्धतीने मध्य काढण्याचे सूत्र लिहा. (June 2021 Easy)

15. पुढे दिलेल्या सरणीत बहुलक असणाऱ्या संभागश्रेणी उच्चतम मर्यादा लिहा. (March2025Easy)

संभागश्रेणी	0 -10	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50
वारंवारता	5	8	7	12	6

16. एका वितरण सारणीचा मध्यांक मध्यापेक्षा 3 अधिक आहे तर बहुलक सरासरीपेक्षा किती अधिक असेल ? (Average)

17. दिलेल्या वितरण सारणीचे मध्यांक काढण्याचे सूत्र लिहा (Easy)

18. दिलेल्या वितरण सारणीचे बहुलक काढण्याचे सूत्र लिहा. (Easy)

19. बहुलक 12.4 आणि सरासरी 10.5 असल्यास मध्यंक काढा (Average)

20. सरासरी 27 आणि मध्यांक 33 तर बहुलक काढा (Average)

21. बहुलक आणि सरासरी अनुक्रमे सात आणि आठ असल्यास मध्यांक काढा. (Average)

III. *खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या* *(2 Marks)*

22. बहुलक 50.5 आणि मध्यांक 45.5 असल्यास सूत्राच्या सहाय्याने मध्य काढा (Average)

23. खालील वितरण सारणीचा प्रत्यक्ष पद्धतीने मध्य काढा (Average)

संभागश्रेणी	वारंवारता
1-5	2
6-10	3
11-15	4
16-20	1

24. खालील वितरण सारणीत अंदाजे मध्य 62.5 धरून कोष्टक पूर्ण करा (Average)

संभागश्रेणी	वारंवारता f_i	वर्ग मध्य x_i	विचलन d_i
10 – 25	2		
25 – 40	3		
40 – 55	7		
55 – 70	6		
70 – 85	6		
85 - 100	6		

IV. *खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (3 Marks)*

25. प्रत्यक्ष पद्धतीने पुढील वितरण सारणीचा मध्य काढा

(Average)

संभागश्रेणी	वारंवारता
45-55	3
55-65	10
65-75	11
75-85	8
85-95	3

26. प्रत्यक्ष पद्धतीने पुढील वितरण सारणीचा मध्य काढा

(Average)

संभागश्रेणी	वारंवारता
1 – 3	2
3 – 5	5
5 – 7	8
7 – 9	3
`9 - 11	2

27. पुढील वितरण सारणीचा मध्य काढा

(Average)

संभागश्रेणी	वारंवारता
10 – 14	2
15 -19	3
20 -24	5
25 -29	3
30 – 34	2

28. पुढील वितरण सारणीचा मध्य काढा (Average)

संभागश्रेणी	वारंवारता
0 – 10	4
10 – 20	9
20 – 30	15
30 – 40	14
40 – 50	8

29. पुढील वितरण सारणीचा मध्य 18 असल्यास x ची किंमत काढा (Difficult)

संभागश्रेणी	वारंवारता
11 – 13	7
13 -15	6
15 – 17	9
17 -19	13
19 -21	x
21 – 23	5
23 – 25	4

30. पुढील वितरण सारणीचा मध्य काढा

(Average)

संभागश्रेणी	15 – 25	25 -35	35 -45	45 -55	55 – 65
वारंवारता	5	8	12	15	9

31. पुढील वितरण सारणीचा मध्य अंदाजे मध्य पद्धतीने काढा. (Difficult)

संभागश्रेणी	0 -10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
वारंवारता	7	8	12	13	10

32. पुढील वितरण सारणीचा मध्य पायरी विचलन पद्धतीने काढा . (Difficult)

संभागश्रेणी	20 -40	40 – 60	60 -80	80 -100	100 – 120
वारंवारता	7	15	20	8	5

33. पुढील वितरण सारणीचा मध्य काढा. (April 2022) (Average)

संभागश्रेणी	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50	50 - 60
वारंवारता	2	3	5	7	3

34. पुढील वितरण सारणीचा मध्य काढा. (March 2025) (Average)

संभागश्रेणी	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50	50 - 60
वारंवारता	2	3	6	5	4

35. पुढील वितरण सारणीचा मध्य काढा. (August 2024) (Average)

संभागश्रेणी	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50	50 – 60
वारंवारता	2	5	6	5	2

36. पुढील वितरण सारणीचा मध्य काढा (June 2024) (Average)

संभागश्रेणी	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50	50 – 60
वारंवारता	4	6	5	4	1

37. पुढील वितरण सारणीचा प्रत्यक्ष पद्धतीने मध्य काढा. (July 2022) (Average)

संभागश्रेणी	5 -15	15 -25	25 -35	35-45	45 – 55
वारंवारता	1	3	5	4	2

38. Find the Mean for the given frequency distribution table (June 2023) (Average)

संभागश्रेणी	5 -15	15 -25	25 -35	35-45	45 – 55
वारंवारता	4	6	5	6	4

39. पुढील वितरण सारणीचा मध्य पायरी विचलन पद्धतीने काढा. (July 2024) (April 2024) (Average)

संभागश्रेणी	2 -6	6 – 10	10 – 14	14 – 18	18 – 22
वारंवारता	4	8	2	1	5

40. पुढील वितरण सारणीचा मध्य काढा. (February 2022) (Average)

संभागश्रेणी	0 -10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
वारंवारता	5	8	20	15	7

41. पुढील वितरण सारणीचा मध्य काढा (April 2023) (Average)

संभागश्रेणी	वारंवारता
1 – 5	4
6 – 10	3
11 - 15	2
16 -20	1
21 – 25	5

42. पुढील वितरण सारणीचा मध्य काढा. (Average)

संभागश्रेणी	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
वारंवारता	6	3	5	20	10

43. Find the Median for the following frequency distribution table. (Average)

संभागश्रेणी	50 -60	60 -70	70 -80	80 -90	90 -100
वारंवारता	6	9	20	10	5

44. पुढील वितरण सारणीचा मध्य काढा. (June 2024) (Average)

संभागश्रेणी	50 -60	60 -70	70 -80	80 -90	90 -100
वारंवारता	5	8	10	4	3

45. पुढील वितरण सारणीचा मध्य काढा.

संभागश्रेणी	1 -10	11 -20	21 -30	31 -40	41 -50
वारंवारता	5	8	20	15	7

46. पुढील वितरण सारणीचा मध्यांक काढा.

संभागश्रेणी	0 -20	20 -40	40 -60	60 -80	80 -100
वारंवारता	6	5	9	4	2

47. पुढील वितरण सारणीचा मध्यांक काढा.

संभागश्रेणी	20-40	40 -60	60 -80	80 -100	100-120
वारंवारता	7	15	20	2	4

48. पुढील वितरण सारणीचा मध्यांक काढा. (June 2020) (Average)

संभागश्रेणी	20-40	40 -60	60 -80	80 -100
वारंवारता	7	15	20	8

49. पुढील वितरण सारणीचा मध्यांक काढा. . (July 2022) (Average)

संभागश्रेणी	0 -20	20 -40	40 -60	60 -80	80 -100
वारंवारता	6	9	10	8	7

50. पुढील वितरण सारणीचा मध्यांक काढा. . (Average)

संभागश्रेणी	5 -15	15 -25	25 -35	35-45	45 – 55
वारंवारता	1	3	5	7	2

51. पुढील वितरण सारणीचा मध्यांक काढा. . (Average)

Class Interval	5 -15	15 -25	25 -35	35-45	45 – 55
वारंवारता	3	4	8	7	3

52. पुढील वितरण सारणीचा मध्यांक काढा. (March 2025 Average)

संभागश्रेणी	15 -20	20 -25	25 -30	30-35	35-40
वारंवारता	4	5	10	5	6

53. पुढील वितरण सारणीचा मध्यांक काढा. . (Average)

संभागश्रेणी	50-52	53-55	56-58	59-61	62 – 64
वारंवारता	15	110	135	115	25

54. पुढील वितरण सारणीचा मध्यांक काढा. . (Average)

(April 2019)

संभागश्रेणी	1 - 4	4 - 7	7 - 10	10 -13	13 - 16	16- 19
वारंवारता	6	30	40	16	4	4

55. पुढील वितरण सारणीचा बहुलक काढा. (Average)

संभागश्रेणी	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50	50 - 60
वारंवारता	6	4	12	3	5

56. पुढील वितरण सारणीचा बहुलक काढा. (Average)

संभागश्रेणी	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
वारंवारता	3	5	8	4	5

57. पुढील वितरण सारणीचा बहुलक काढा. (Average)

संभागश्रेणी	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
वारंवारता	7	8	2	2	1

58. पुढील वितरण सारणीचा बहुलक काढा. (Average)

संभागश्रेणी	0 -20	20 -40	40 -60	60 -80	80 -100
वारंवारता	10	35	52	61	38

59. पुढील वितरण सारणीचा बहुलक काढा. (Average)

संभागश्रेणी	0 -10	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50
वारंवारता	6	9	15	9	1

60. पुढील वितरण सारणीचा बहुलक काढा. (Average)

संभागश्रेणी	0 -10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
वारंवारता	7	9	15	11	8

61. पुढील वितरण सारणीचा बहुलक काढा. (Average)

संभागश्रेणी	0 -10	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50
वारंवारता	7	8	2	2	1

62. पुढील वितरण सारणीचा बहुलक काढा. (Average)

संभागश्रेणी	1-3	4-6	7-9	10-12	13-15
वारंवारता	7	8	2	2	1

63. पुढील वितरण सारणीचा बहुलक काढा. (Average)

संभागश्रेणी	5 -15	15 -25	25 -35	35-45	45 - 55
वारंवारता	3	4	8	7	3

64. पुढील वितरण सारणीचा बहुलक काढा. (Average)

संभागश्रेणी	10 -20	20 -30	30 -40	40 -50	50 - 60
वारंवारता	3	9	6	7	5

युनिट :13 सांख्यिकी)STATISTICS)

I. बहुपर्यायी प्रश्न)Multiple Choice Questions)

1. ब बहुलक) Mode)
2. क) (बहुलक) मानक विचलन / (सरासरी - Mode - Mean) / Standard Deviation)
3. क (27
4. अ (35
5. ब (मध्यांक) Median)
6. अ (3 मध्यांक = 2 मध्य +बहुलक) 3 Median = 2 Mean + Mode)
7. क) वर्गांतराचा आकार (size of the class interval)
8. ब (8
9. ब (80% मुलींची उंची 149.03 सेमी पेक्षा जास्त आहे आणि 50% मुलींची उंची 149.03 सेमी पेक्षा कमी आहे. 10.अ ($x = a + [(\Sigma f_i d_i) / \Sigma f_i] * h$

II. एक गुणांचे प्रश्न)One Mark Questions)

11. 17
12. 20-30
13. 3.5
14. $\overline{x} = \Sigma f_i x_i / \Sigma f_i$

15. 40

16. मध्यांक + मध्य = 2 बहुलक
    मध्यांक = 3 (मध्य +3) -२ मध्य
    बहुलक = मध्य + 9 बहुलक हे मध्यांक पेक्षा 9 ने जास्त आहे.

17. मध्यांक = $l + [(n/2 - cf) / f] * h$

18. बहुलक = $l + [(f_1 - f_0) / (2f_1 - f_0 - f_2)] * h$

19. 3 मध्यांक= बहुलक + 2 मध्य

=12.4 + 2 x 10.5

=12.4+ 21.4

=33.4

20. 3 मध्यांक = बहुलक + 2 मध्य

3(33) = बहुलक + 2 (27)

बहुलक = 99 - 54

= 45

21. 3 मध्यांक = बहुलक + 2 मध्य
= 7 + 16.8
मध्यांक = 23/3

= 7.66

III. दोन गुणांचे प्रश्न)Two Mark Questions)

22. 3 मध्यांक = बहुलक + 2 मध्य 3 x 45.5
= 50.5 + 2 मध्य)3 x 55.5 = 50.5 + 2 Mean)

2 मध्य =136.5 - 50.5

मध्य = $\frac{86}{2}$

मध्य =43

23.

C-I	f	x	$f_i x_i$
1-5	2	3	6
6-10	3	8	24
11-15	4	13	52
16-20	2	18	36
$\Sigma f_i = 10$		$\Sigma f_i x_i = 118$	

$\overline{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

$\overline{x} = \frac{118}{10}$

$\overline{x} = 11.8$

24.

C-I	f	x	d_i	$f_i d_i$
10-25	2	17.5	-30	-60
25-40	3	32.5	-15	-45
40-55	7	47.5	0	0
55-70	6	62.5	15	90
70-85	6	77.5	30	180
85-10-0	6	92.5	45	270

IV. तीन मार्कांचे प्रश्न :

25.

C - I	f	xi	fixi
45 - 55	3	50	150
55 - 65	10	60	600
65 - 75	11	70	770
75 - 85	8	80	640
85 - 95	3	90	270
∑fi=35		∑fixi=2430	

$\bar{X}=\frac{\sum fixi}{\sum fi} = \frac{2430}{35}==69.42$

26.

C - I	f	xi	fixi
1 - 3	2	2	4
3 - 5	6	4	24
5 - 7	8	6	48
7 - 9	3	8	24
9 - 11	1	10	10
∑fi=20		∑fixi=116	

$\bar{X}=\frac{\sum fixi}{\sum fi} = \frac{116}{20}=5.8$

27.

C - I	f	xi	fixi
10 - 14	2	12	24
15 - 19	5	17	85
20 - 24	5	22	110
25 - 29	3	27	81
30 - 34	1	32	32
∑fi=15		∑fixi=330	

$\bar{X}=\frac{\sum fixi}{\sum fi} = \frac{330}{15}=22$

28.

C - I	f	xi	fixi
0 - 10	4	5	20
10 - 20	9	15	135
20 - 30	16	25	400
30 - 40	14	35	490
40 - 50	7	45	315
∑fi=50		∑fixi=1380	

$\bar{X}= \frac{\sum fixi}{\sum fi} = \frac{1380}{50} = 27.6$

29.

C - I	f	xi	fixi
0 - 11	4	5.5	22
11 - 15	6	13	78
15 - 17	9	16	144
17 - 19	13	18	234
19 - 21	x	20	20x
21 - 23	5	22	110
23 - 25	4	24	96
∑fi=44+x		∑fixi=752+20x	

$\bar{X} = \frac{\sum fixi}{\sum fi} = \frac{752+20x}{5044}$

$18 = \frac{752+20x}{5044+x}$

792+18x =752+20x

40 = 2x

x=20

30:

वर्गअंतराल-	वारंवारता	मध्यबिंदू	$f_i x_i$
15-25	5	20	100
25-35	12	30	360
35-45	15	40	600
45-55	8	50	400

55-65	8	60	360
	$\Sigma f_i=50$		$\Sigma f_i x_i=1930$

मध्य $=\frac{\sum fixi}{\sum fi}= \frac{1930}{50} =38.6$

31:

वर्गअंतराल-	वारंवारता	मध्यबिंदू	$f_i x_i$
0-10	7	5	35
10-20	8	15	120
20-30	12	25	300
30-40	13	35	455
40-50	10	45	450
	$\Sigma f_i=50$		$\Sigma f_i x_i=1360$

Export to Sheets

मध्य $=\frac{\sum fixi}{\sum fi}= \frac{1360}{50} =27.2$

32:

वर्गअंतराल-	वारंवारता	मध्यबिंदू	$f_i x_i$
20-40	7	30	210
40-60	15	50	750
60-80	20	70	1400
80-100	8	90	720
100-120	5	110	550
	$\Sigma f_i=55$		$\Sigma f_i x_i=3630$

मध्य $= \frac{\sum fixi}{\sum fi}= \frac{3630}{55} =66$

33:

वर्गअंतराल-	वारंवारता	मध्यबिंदू	$f_i x_i$
10-20	2	15	30
20-30	3	25	75
30-40	5	35	175
40-50	7	45	315
50-60	3	55	165
	$\Sigma f_i=20$		$\Sigma f_i x_i=760$

मध्य = $\frac{\sum fixi}{\sum fi}$= $\frac{760}{20}$ =38

34:

वर्गअंतराल-	वारंवारता	मध्यबिंदू	$f_i x_i$
10-20	2	15	30
20-30	3	25	75
30-40	6	35	210
40-50	5	45	225
50-60	4	55	220
	$\Sigma f_i=20$		$\Sigma f_i x_i=760$

मध्य = $\frac{\sum fixi}{\sum fi}$= $\frac{760}{20}$ ==38

35.

C-I	f	x_i	$f_i x_i$
10-20	2	15	30
20-30	5	25	125
30-40	6	35	210
40-50	5	45	225
50-60	2	55	110
Σf_i = 20		$\Sigma f_i x_i$ =	700

मध्य = $\frac{\sum fixi}{\sum fi}$= $\frac{700}{20}$ =35

36.

C-I	f	x_i	f_ix_i
10-20	4	15	60
20-30	6	25	150
30-40	5	35	175
40-50	4	45	180
50-60	1	55	55
Σf_i = 20		Σf_ix_i =	620

मध्य = $\frac{\sum fixi}{\sum fi}$= $\frac{620}{20}$ =31

37.

C-I	f	x_i	f_ix_i
5-15	1	10	10
15-25	3	20	60
25-35	5	30	150
35-45	4	40	160
45-55	2	50	100
Σf_i =	15	Σf_ix_i =	480

मध्य = $\frac{\sum fixi}{\sum fi}$= $\frac{480}{15}$ =32

38.

C-I	f	x_i	f_ix_i
5-15	4	10	40
15-25	6	20	120
25-35	5	30	150
35-45	6	40	240
45-55	4	50	200
Σf_i =	25	Σf_ix_i =	750

मध्य = $\frac{\sum fixi}{\sum fi}$= $\frac{750}{25}$ =30

39.

C-I	f	x_i	$f_i x_i$
2-6	4	4	16
6-10	8	8	64
10-14	2	12	24
14-18	1	16	16
18-22	5	20	100
Σf_i =	20	$\Sigma f_i x_i$ =	220

मध्य = $\frac{\sum fixi}{\sum fi}$= $\frac{220}{20}$ =11

40.

वर्ग -I	f	Cf
0-10	5	5
10-20	8	13
20-30	20	33
30-40	15	48
40-50	7	55
N=	55	

L=20 Cfi= 13 f=20 h=10 $\frac{n}{2} = \frac{55}{2}$=27.5

मध्यांक = L + $[\frac{\frac{n}{2} - CF_i}{f}]$x h

मध्यांक =20+$(\frac{27.5-13}{20})$×10

मध्यांक =20+7.25

=27.25

41.

वर्ग -I	f	xi	fixi
1-5	4	3	12
6-10	3	8	24
11-15	2	13	26
16-20	1	18	18
20-28	5	23	115
	Σfi=15		195

मध्य = $\frac{\sum fixi}{\sum fi}$= $\frac{195}{15}$ =13

42.

वर्ग -I	f	Cf
100-150	6	6
150-200	3	9
200-250	5	14
250-300	20	34
300-350	10	44
N=44		

L=250 Cfi= 14 f=20 h=50 $\frac{N}{2}$= $\frac{44}{2}$ = 22

मध्यांक = L + [$\frac{\frac{n}{2}-CF_i}{f}$]x h

मध्यांक =250+($\frac{22-1}{20}$)×50

=250+20

=270

43.

वर्ग -I	f	Cf
50-60	6	6

60-70	9	15
70-80	20	35
80-90	10	45
90-100	5	50
N=50		

L=70 Cfi= 15 f=20 h=10 $\frac{N}{2}$= $\frac{50}{2}$ = 25

मध्यांक = L + [$\frac{\frac{n}{2} - CF_i}{f}$]x h

मध्यांक =70+($\frac{25-15}{20}$)×10

=70+5

=75

44.

वर्ग -I	f	Cf
50-60	5	5
60-70	8	13
70-80	10	23
80-90	4	27
90-100	3	30
N=30		

L=70 Cfi= 13 f=10 h=10 $\frac{N}{2}$= $\frac{30}{2}$ = 15

मध्यांक = L + [$\frac{\frac{n}{2} - CF_i}{f}$]x h

मध्यांक =70+($\frac{15-13}{10}$)×10

=70+2

=72

45.

वर्ग -I	f	Cf
1-10	5	5
11-20	8	13
21-30	20	33
31-40	15	48
41-50	7	55
N=55		

L=20 Cfi= 13 f=20 h=10 $\frac{N}{2}$= $\frac{55}{2}$ = 27.5

मध्यांक = L + [$\frac{\frac{n}{2} - CF_i}{f}$]x h

मध्यांक =20+($\frac{27.5-13}{20}$)×10

=20+7.25

=27.25

46.

वर्ग -I	f	Cf
10-20	6	6
20-30	5	11
30-40	9	20
40-50	4	24
50-60	2	26
N=26		

L=40 Cfi= 11 f=9 h=20 $\frac{N}{2}$= $\frac{26}{2}$ = 13

मध्यांक = L + [$\frac{\frac{n}{2} - CF_i}{f}$]x h

मध्यांक =40+($\frac{13-}{9}$)×20

=40+4.4

=44.4

47

C.I. (वर्ग अंतराल(	f_i (वारंवारता(	Cf_i (संचयी वारंवारता(
20-40	7	7
40-60	15	22
60-80	20	42
80-100	2	44
100-120	4	48
N=48		

L=60 Cfi= 22 f=20 h=20 $\frac{N}{2}$= $\frac{48}{2}$ = 24

मध्यांक = L + [$\frac{\frac{n}{2} - CF_i}{f}$]x h

मध्यांक =60+($\frac{24-22}{20}$)×20

=60+2

=62

:48

C.I. (वर्ग अंतराल(	f_i (वारंवारता(	Cf_i (संचयी वारंवारता(
20-40	7	7
40-60	15	22
60-80	20	42
80-100	8	50
N=50		

L=60 Cfi= 22 f=20 h=20 $\frac{N}{2}$= $\frac{50}{2}$ = 25

मध्यांक = L + [$\frac{\frac{n}{2}-CF_i}{f}$]x h

मध्यांक =60+($\frac{25-22}{20}$)×20

=60+23

=63

49:

**वर्ग)C.I.)	वारंवारता)f)	संचयी वारंवारता)Cf)**
0 - 20	6	6
20 - 40	9	15
40 - 60	10	25
60 - 80	8	33
80 - 100	7	40

L=40 Cfi= 15 f=10 h=20 $\frac{N}{2}$= $\frac{40}{2}$ = 20

मध्यांक = L + [$\frac{\frac{n}{2}-CF_i}{f}$]x h

मध्यांक =40+($\frac{20-15}{10}$)×20

=40+10

=50

50:

**वर्ग)C.I.)	वारंवारता)f)	संचयी वारंवारता)Cf)**
5 - 15	1	1
15 - 25	3	4
25 - 35	5	9
35 - 45	7	16
45 - 55	2	18

L=25 Cfi= 4 f=5 h=10 $\frac{N}{2}$= $\frac{18}{2}$ = 9

मध्यांक = L + [$\frac{\frac{n}{2} - CF_i}{f}$]x h

मध्यांक =25+($\frac{9-4}{5}$)×10

=25+10

=35

51:

**वर्ग)C.I.)	वारंवारता)f)	संचयी वारंवारता)Cf)**
5 - 15	3	3
15 - 25	4	7
25 - 35	8	15
35 - 45	7	22
45 - 55	3	25

L=25 Cfi= 7 f=8 h=10 $\frac{N}{2}$= $\frac{25}{2}$ = 12.5

मध्यांक = L + [$\frac{\frac{n}{2} - CF_i}{f}$]x h

मध्यांक =25+($\frac{12.5-7}{8}$)×10

=25+6.87

=31.87

52:

**वर्ग)C.I.)	वारंवारता)f)	संचयी वारंवारता)Cf)**
15 - 20	4	4
20 - 25	5	9
25 - 30	10	19
30 - 35	5	26
35 - 40	6	32

L=25 Cfi= 7 f=8 h=10 $\frac{N}{2}$= $\frac{30}{2}$ = 15

मध्यांक = L + [$\frac{\frac{n}{2} - CF_i}{f}$]x h

मध्यांक =25+($\frac{15-7}{8}$)×10

=25+6.87

=31.87

53:

**वर्ग)C.I.)	वारंवारता)f)	संचयी वारंवारता)Cf)**
50 - 52	15	15
53 - 55	110	125
56 - 58	135	260
59 - 61	115	375
62 - 64	25	400
N = 400		

L=55.5 Cfi= 125 f=135 h=2 $\frac{N}{2}$= $\frac{400}{2}$ = 200

मध्यांक = L + [$\frac{\frac{n}{2} - CF_i}{f}$]x h

मध्यांक =55.5+($\frac{200-125}{135}$)×2

=55.5+1.11

=56.61

54:

**वर्ग)C.I.)	वारंवारता)f)	संचयी वारंवारता)Cf)**
1 - 4	6	6
5 - 7	30	36
7 - 10	40	76
10 - 12	16	92
13 - 16	4	96
16 - 19	4	100

N = 100		

L=7 Cfi= 36 f=40 h=3 $\frac{N}{2}$= $\frac{100}{2}$ = 50

मध्यांक = L + [$\frac{\frac{n}{2}-CF_i}{f}$]x h

मध्यांक =7+($\frac{50-36}{40}$)×3

=7+1.05

=8.0

55:

**वर्ग)C.I.)	वारंवारता)f)**
10 - 20	5
20 - 30	4
30 - 40	12
40 - 50	8
50 - 60	5

L=30 fo= 4 f1=12 f2= 3 h=10

बहुलक = L + [$\frac{f1-fo}{2f1-fo-f2}$]x h

=30+($\frac{12-4}{2(12)-4-3}$)×10

=30+4.7

=34.7

56:

**वर्ग)C.I.)	वारंवारता)f)**
5-10	3
10-15	5
15- 20	8
20 – 25	4
25-30	2

L=15 fo= 5 f1=8 f2= 4 h=5

बहुलक = L + $[\frac{f1-fo}{2f1-fo-f2}]$x h

$=15+(\frac{8-5}{2(8)-5-4})\times 5$

=15+4.28

=19.28

57:

**वर्ग)C.I.)	वारंवारता)f)**
1-3	7
3- 5	8
5-7	2
7-9	2
9-11	1

L=3 fo= 7 f1=8 f2= 2 h=2

बहुलक = L + [$\frac{f1-fo}{2f1-fo-f2}$]x h

=3+($\frac{8-7}{2(8)-7-2}$)×2

=3+1.42

=4.42

58:

C.I.	f
0-20	10
20-40	35
40-60	52
60-80	61
80-100	38

L=60 fo= 52 f1=61 f2= 38 h=20

बहुलक = L + [$\frac{f1-fo}{2f1-fo-f2}$]x h

=60+($\frac{61-}{2(61)-52-38}$)×20

=60+5.625

=65.625

59.

C.I.	f
0-10	6
10-20	9
20-30	15

30-40	9
40-50	1

L=20 fo= 9 f1=15 f2= 9 h=10

बहुलक = L + [$\frac{f1- fo}{2f1-fo-f2}$]x h

=20+($\frac{15-9}{2(15)-9-9}$)×10

=20+5

=25

60.

C.I.	f
0-10	7
10-20	9
20-30	15
30-40	11
40-50	8

L=20 fo= 9 f1=15 f2= 11 h=10

बहुलक = L + [$\frac{f1- fo}{2f1-fo-f2}$]x h

=20+($\frac{15-9}{2(15)-9-11}$)×10

=20+6

=26

61.

C.I.	f
0-10	7
10-20	8
20-30	2
30-40	2
40-50	1

L=10 fo= 7 f1=8 f2= 2 h=10

बहुलक = L + [$\frac{f1- fo}{2f1-fo-f2}$]x h

=10+($\frac{8-7}{2(8)-7-2}$)×10

=10+1.42

=11.42

62.

C.I. (वर्ग अंतराल(	f (वारंवारता(
1-3	7
4-6	8
7-9	2
10-12	2
13-15	1

L=3.5 fo= 7 f1=8 f2= 2 h=2

बहुलक = L + [$\frac{f1- fo}{2f1-fo-f}$]x h

$=3.5+(\frac{8-7}{2(8)-7-2})\times 2$

=3.5+0.28

=3.78

63.

C.I. (वर्ग अंतराल(	f (वारंवारता(
5-15	3
15-25	4
25-35	8
35-45	7
45-55	1

L=25 fo= 4 f1=8 f2= 7 h=10

बहुलक = L + $[\frac{f1-fo}{2f1-fo-f2}]$x h

$=25+(\frac{8-4}{2(8)-4-7})\times 10$

=25+8

=33

64.

C.I. (वर्ग अंतराल(	f (वारंवारता(
10-20	3
20-30	9
30-40	6

40-50	7
50-60	5

L=20 fo= 3 f1=9 f2= 6 h=10

बहुलक = L + [$\frac{f1- fo}{2f1-fo-f2}$]x h

=20+($\frac{9-3}{2(9)-3-6}$)×10

=20+6.66

=26.66

युनिट 14: संभाव्यता (PROBABILITY)

शिकण्याचे मुद्दे

- यादृच्छिक प्रयोग
- प्रयोगातील समसंभाव्य परिणाम
- संभाव्यतेची व्याख्या - संभाव्यता सूत्र
- निश्चित घटना आणि अशक्य घटना
- प्रयोगातील मूलभूत घटना
- संभाव्यता P(E) आणि पूरक घटना P(E⁻) यांच्यातील संबंध
- दैनंदिन जीवनातील संभाव्यता

प्रश्न संख्या (No. of questions)	सोपे (Easy)	मध्यम (Average)	कठीण (Difficult)
64	14	39	11

I बहुपर्यायी प्रश्न (प्रत्येक प्रश्नाला 1 गुण)

I खालील प्रश्नांसाठी/अपूर्ण विधानांसाठी चार पर्यायी उत्तरे दिली आहेत. योग्य पर्याय निवडा आणि त्याचे अक्षर (A, B, C, D) लिहून पूर्ण उत्तर लिहा.

1. निश्चित घटनेची संभाव्यता आहे, (जून 2017, एप्रिल 2024,)(सोपे)

A) 1 B) 0 C) -1 tD) 1.5

2. अशक्य घटनेची संभाव्यता आहे, (एप्रिल 2020) (सोपे)

A) 1 B) 0 C) -1 D) 1.5

3. एका नाण्याला एकदा फेकण्याच्या प्रयोगात, एकूण संभाव्य परिणाम आहेत,(सोपे)

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

4. दोन नाण्यांना एकदा फेकण्याच्या प्रयोगात, एकूण संभाव्य परिणाम आहेत, (सोपे)

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

5. एक फासा एकदा फेकला असता, एकूण संभाव्य परिणाम आहेत, (मध्यम)

A) 12 B) 24 C) 36 D) 6

6.खालीलपैकी कोणती संभाव्यता असू शकत नाही? (सोपे)

A) 2/3 B) -1.5 C) 15% D) 0.7

7. खालीलपैकी कोणती संभाव्यता असू शकते? (मे-2025) (सोपे)

A) 1/5 B) 1.5 C) 5/2 D) -5

8. 1 ते 6 पर्यंत क्रमांक असलेला एक फासा टाकला असता वरच्या बाजूला विषम संख्या येण्याची संभाव्यता काय आहे? [एप्रिल-2016, सरासरी]

A) 3/6 B) 1/6 C) 2/6 D) 4/6

9. एका घटनेची 'E' संभाव्यता 0.05 आहे, तर 'E' नाही या घटनेची संभाव्यता काय आहे? [मार्च - 2019 सरासरी]

A) 0.59 B) 0.95 C) 1 D) 1.05

10. इंग्रजी वर्णमालेतील अक्षरे कोणतीही पुनरावृत्ती न करता आणि बॉक्समध्ये टाकली जातात. बॉक्समधून यादृच्छिकपणे स्वर (vowel) येण्याची संभाव्यता काय आहे? [सरासरी]

A) 3/26 B) 5/26 C) 1/26 D) 21/26

11. जर घटनेची 'E' संभाव्यता P(E)=0.75 असेल, तर $P(\bar{E})$ चे मूल्य काय आहे? [मार्च-2023 सरासरी]

A) 2.5 B) 0.25 C) 0.025 D) 0.75

12. एक फासा दोनदा टाकला असता सर्व संभाव्य परिणामांची संख्या किती आहे? [सरासरी]

A) 12 B) 24 C) 36 D) 6

13. खेळ जिंकण्याची संभाव्यता 3/4 आहे, तर खेळ हरण्याची संभाव्यता काय आहे? [सप्टेंबर-2023, सरासरी]

A) 1/2 B) 3/4 C) 1/4 D) 1/3

14. एक फासा टाकला असता वर्ग संख्या (square number) मिळण्याची संभाव्यता काय आहे? [सरासरी]

A) 2/6 B) 6/8 C) 5/8 D) 8/5

15. एका बॉक्समध्ये 28 बल्ब आहेत. त्यापैकी 7 बल्ब खराब आहेत. बॉक्समधून यादृच्छिकपणे एक खराब नसलेला बल्ब काढण्याची संभाव्यता काय आहे? [कठीण]

A)7/28 B) 21/28 C) 27/28 D) 28/7

16. 3 लाल, 4 पांढरे आणि 5 निळे चेंडू आहेत. बॉक्समधून यादृच्छिकपणे पांढरा चेंडू काढण्याची संभाव्यता काय आहे? [सरासरी]

A)3 /9 B) 4/8 C) 4/12 D) 8/12

17. A आणि B हे दोन मित्र आहेत. त्यांचा वाढदिवस एकाच दिवशी येण्याची संभाव्यता काय आहे? [कठीण]

A)364/365 B) 1/365 C) 1 D) 0

18. जर P(E) ही एखाद्या घटनेची संभाव्यता असेल तर खालीलपैकी कोणते विधान सत्य आहे? [सोपे]

A) $0<P(E)<1$ B) $0\leq P(E)\leq 1$ C) $0\leq P(\bar{E})<1$ D) $0<P(\bar{E})\leq 1$

19. दोन फासे एकाच वेळी टाकले जातात. ज्यावर दिसणाऱ्या अंकांची बेरीज 12 पेक्षा जास्त असण्याची संभाव्यता काय आहे? [कठीण]

A)6/36 B) 1/36 C) 1 D) 0

20. एक फासा टाकला जातो. वर सम संख्या येण्याची संभाव्यता काय आहे? [मध्यम]

A) 1/6 B) 1/3 C) 0.5 D) 6/5

21. एक फासा टाकला जातो. वर मूळ संख्या येण्याची संभाव्यता काय आहे? [मध्यम]

A) 1/2 B) 1/3 C) 1/4 D) 2/3

22. गेम जिंकण्याची संभाव्यता 0.3 आहे, तर गेम हरण्याची संभाव्यता काय आहे? [मॉडेल QP-2017, मध्यम]

A) 0.1 B) 0.3 C) 0.7 D) 1.3

23. एका यादृच्छिक प्रयोगाच्या सर्व प्राथमिक घटनांची बेरीज काय आहे? [मॉडेल QP 2024, तयारी QP 2025, मॉडेल QP-2025, मे-2025, [सोपे]

A)0 B) 1/2 C) 1 D) -1

24. जर गणिताच्या परीक्षेत 100% गुण मिळवणाऱ्या विद्यार्थ्याची संभाव्यता 4 /5 असेल, तर विद्यार्थ्याला त्या विषयामध्ये 100% गुण न मिळण्याची संभाव्यता काय आहे? [मध्यम]

A) 1/5 B) 2/5 C) 1/4 D) 2/3

25. यादृच्छिक प्रयोगाचे संभाव्य निकाल एकतर जिंकणे किंवा हरणे आहेत. जर हरण्याची संभाव्यता जिंकण्याच्या संभाव्यतेच्या दुप्पट असेल, तर प्रयोगात जिंकण्याची संभाव्यता काय आहे? [कठीण]

A) 1/3 B) 2/3 C) 1 D) 2

26. एका लीप वर्षात 53 शुक्रवार येण्याची संभाव्यता काय आहे? [कठीण]

A) 1/3 B) 2/3 C) 3/7 D) 1

II. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (1 गुण)

27. 'TRIANGLE' या शब्दातील स्वर निवडण्याची संभाव्यता शोधा. [मध्यम]

28. जर P(E) + P(E') = P(T) असेल तर P(T) चे मूल्य शोधा. [मॉडेल QP-2025, सोपे]

29. जर P(E) = 0.05, तर P(E') शोधा. [मार्च-2019, सोपे]

30. विशिष्ट दिवशी पाऊस पडण्याची संभाव्यता 0.75 आहे, तर त्याच दिवशी पाऊस न पडण्याची संभाव्यता काय आहे? [मॉडेल QP-2023, मध्यम]

31. जर P(A) = 2/3, तर P(A') चे मूल्य शोधा. [सप्टेंबर-2020, मध्यम]

32. जर एका घटनेची संभाव्यता 'B' असेल आणि P(B) = 0.65 असेल तर P(B') चे मूल्य शोधा. [मध्यम]

33. वरच्या बाजूला 6 क्रमांक मिळण्याची संभाव्यता शोधा, जेव्हा फासा टाकला जातो. [एप्रिल-2017, सोपे]

34. नाणेफेक केल्यावर छाप मिळण्याची संभाव्यता शोधा. [एप्रिल-2017, सोपे]

35. जर सामना जिंकण्याची संभाव्यता 0.8 असेल, तर सामना हरण्याची संभाव्यता शोधा. [मार्च-2019, (सोपे)

36. जर P(A)= 80% असेल, तर A' नसण्याची संभाव्यता 1/5 हे सिद्ध करा. {मॉडेल QP-2024, (कठीण)

37. एक नाणे दोन वेळा फेकले असता मिळणाऱ्या सर्व शक्य निष्पत्या किती ? [सोपे]

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (2 गुण)

38. नाणेफेक केल्यावर, वरच्या बाजूला 1)फक्त एक छाप आणि 2)किमान एक छाप असण्याची संभाव्यता शोधा. [कठीण]

39. 2 ते 6 दरम्यानची संख्या मिळण्याची संभाव्यता शोधा, जेव्हा फासा टाकला जातो. [सरासरी]

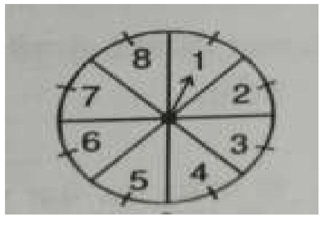
40. दोन फासे एकाच वेळी टाकले जातात. वरच्या बाजूला दोन संख्यांची बेरीज 5 असण्याची संभाव्यता शोधा. [सरासरी]

41. 1 ते 6 पर्यंत क्रमांकित केलेला फासा दोनदा टाकला जातो. वरच्या बाजूला दोन संख्यांची बेरीज 10 असण्याची संभाव्यता शोधा. [एप्रिल-2019, सरासरी]

42. दोन संख्या 1 ते 6 पर्यंत क्रमांकित केल्या आहेत. वरच्या बाजूला दोन संख्यांची बेरीज 7 पेक्षा जास्त असण्याची संभाव्यता शोधा. [सरासरी]

43. A या घटनेची संभाव्यता P(A) आहे आणिP(A): P(A')=1:2 आहे. P(A’) चे मूल्य शोधा. [कठीण]

44. संधीच्या खेळाच्या चाकात (स्पिनिंग ॲरो) एक बाण फिरवला जातो तो बाण स्थिर होताना 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, किंवा 8 पैकी कोणतीही एक संख्या दाखवतो आणि हे सर्व समान संभाव्य परिणाम आहेत. तर बाण सम संख्येवर थांबेल याची संभाव्यता शोधा. [सप्टेंबर-2020, सरासरी]



45. एका बॉक्समध्ये 2 ते 25 पर्यंत क्रमांकित कार्डे आहेत आणि ती व्यवस्थित मिसळलेली आहेत. त्यामधून एक कार्ड काढले जाते. काढलेले कार्ड i)सम संख्या आणि ii)वर्ग संख्या असण्याची संभाव्यता शोधा. [सरासरी]

46. एका पिशवीत 6 लाल, 5 निळे आणि 4 हिरवे गोळे आहेत. पिशवीतून एक गोळा काढला जातो. काढलेला गोळा i) हिरवा नाही ii) लाल नाही याची संभाव्यता शोधा. [सरासरी]

47. एका टोपलीत 36 आंबे आहेत. 1/4 आंबे खराब झाले आहेत आणि बाकीचे चांगले आहेत. टोपलीतून एक चांगला आंबा यादृच्छिकपणे काढण्याची संभाव्यता शोधा. [एप्रिल 2024, सरासरी]48. 'ए' हा एक यादृच्छिक प्रयोग आहे. जर P(A):P(

48. 'ए' हा एक यादृच्छिक प्रयोग आहे. जर P(A):P($\bar{A}$) = 5:11, तर P(A) आणि P($\bar{A}$) शोधा. [सरासरी]

49. 500 घड्याळे एका बॉक्समध्ये आहेत. त्यापैकी 50 घड्याळे सदोष आहेत. एक घड्याळ बॉक्समधून यादृच्छिकपणे काढले जाते. काढलेले घड्याळ सदोष असण्याची संभाव्यता शोधा.

50. एक फासा 1 ते 6 पर्यंतच्या अंकांसह टाकला जातो. मूळ संख्या किंवा 5 च्या पटीत येण्याची संभाव्यता शोधा. [सरासरी]

51. दोन फासे एकाच वेळी टाकले जातात. त्यांच्या वरील अंकांची बेरीज 6 येण्याची संभाव्यता शोधा.

52. एक नाणे दोन वेळा उडवले जाते. i) दोन शीर्ष (छापा) मिळण्याची आणि ii)

एकही शीर्ष (छापा) न मिळण्याची संभाव्यता शोधा. [मार्च-2019:सरासरी]

53. एक फासा 1 ते 6 पर्यंतच्या अंकांसह टाकला जातो. a) सम संख्या आणि b) एक परिपूर्ण वर्ग संख्या मिळण्याची संभाव्यता शोधा. [एप्रिल-2020:सरासरी]

54. फाशांच्या एका जोडीवर A, B, C, D, E, I अशी अक्षरे आहेत. फासा टाकल्यावर वरच्या बाजूला स्वर येण्याची संभाव्यता शोधा. [सप्टेंबर-2020:सरासरी]

55. एका बॉक्समध्ये 6 निळे आणि काही लाल मार्बल्स आहेत. बॉक्समधून एक निळा मार्बल काढण्याची संभाव्यता 3/8 आहे. लाल मार्बल्सची संख्या शोधा आणि लाल मार्बल काढण्याची संभाव्यता शोधा. [मे-2025:कठीण]

56. सहा फासे एकावेळी टाकले जातात. त्यांच्यावर 1, 2, 3, 4, 1, 5 हे अंक आले आहेत. एक परिपूर्ण वर्ग संख्या मिळण्याची संभाव्यता शोधा. [मे-2025:सरासरी]

57. एका बॉक्समध्ये 20 डिस्क्स आहेत ज्यावर 1 ते 20 पर्यंत संख्या आहेत. बॉक्समधून यादृच्छिकपणे काढलेली डिस्क परिपूर्ण घन संख्या असण्याची संभाव्यता शोधा. [सरासरी]

III. खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या. (3 गूण)

58. जेव्हा एक फासा एकदा फिरवला जातो, तेव्हा त्यावर i) 2 पेक्षा जास्त संख्या येण्याची किंवा 2 पेक्षा कमी किंवा समान संख्या येण्याची संभाव्यता काय आहे? ii) 2 पेक्षा जास्त संख्या येणार नाही याची संभाव्यता काय आहे? [सरासरी]

59. दोन नाणी एकाच वेळी फेकली जातात. संभाव्यता शोधा की a) किमान एक छापा येईल b) एकही छापा येणार नाही [सरासरी]

60. एका पिशवीत 5 ते 30 पर्यंत क्रमांकाची कार्डे आहेत. एक कार्ड यादृच्छिकपणे पिशवीतून काढले जाते. संभाव्यता शोधा की काढलेले कार्ड a) 2 च्या पटीत आहे आणि 3 च्या पटीत आहे b) 3 च्या पटीत आहे c) 3 च्या अनेक पटीत आहे. [सरासरी]

61. एका पिशवीत 3 लाल चेंडू, 5 पांढरे चेंडू आणि 8 निळे चेंडू आहेत. एक चेंडू यादृच्छिकपणे पिशवीतून काढला जातो. संभाव्यता शोधा की काढलेला चेंडू a) लाल चेंडू असेल b) पांढरा चेंडू नसेल [एप्रिल-2020, सरासरी]

62. एका बॉक्समध्ये 20 कार्डे 1 ते 20 पर्यंत क्रमांकित आहेत. एक कार्ड यादृच्छिकपणे बॉक्समधून काढले जाते. संभाव्यता शोधा की काढलेले कार्ड a) एक परिपूर्ण वर्ग संख्या आहे ii) एक संख्या जी 2 आणि 3 दोन्हीने विभाज्य आहे. [मार्च-2025:कठीण]

63. एका बॉक्समध्ये पांढरे, काळे आणि लाल चेंडू आहेत. एक चेंडू यादृच्छिकपणे बॉक्समधून काढला जातो. पांढरा चेंडू काढण्याची संभाव्यता 3/10 आहे आणि काळा चेंडू काढण्याची संभाव्यता2/5 आहे. पिशवीत 20 काळे चेंडू असतील तर पिशवीतील एकूण चेंडूंची संख्या शोधा. [कठीण]

5. खालील तक्ता 100 गुणांपैकी 50 विद्यार्थ्यांनी मिळवलेले गुण दर्शवितो.

गुण	0-34	35-50	51-70	71-90	91-100
विद्यार्थ्यांची संख्या	8	9	14	11	8

तर खालील सम्भाव्यता शोधा

1. 34 पेक्षा कमी 2. 71-90 च्या दरम्यान 3. 90 पेक्षा जास्त

युनिट - १४ संभाव्यता

I. बहुपर्यायी प्रश्न:

1. A) 1
2. B) 0
3. B) 2
4. C) 4
5. D) 6
6. B) -1.5
7. A)1/5
8. A)3/8
9. B) 0.95
10. B) 5/26
11. B) 0.25
12. C) 36
13. C) 1/4
14. A) 2/6
15. B) 21/28
16. C) 4/12
17. B)1/365
18. B) $0 \leq P(E) \leq 1$
19. D) 0
20. C) 0.5
21. A) ½
22. C) 0.7
23. C) 1

24. A) 1/5

25. B) 2/3

26. C) 3/4

II. एक गुणाचे प्रश्न

27. S={T,R,I,A,N,G,L,E} n(S)=8

A={A,I,E} n(A)=3 ∴P(A) = n(A)/n(S)
= 3/8

28. P(A)+P(A') = 1

29. P(E) + P(E') = 1 ,
P(E') = 1 - 0.5
= 0.95

30) P(E) + P(E') = 1 ,
पाऊस न येण्याची संभाव्यता =P(E')=1- 0.75
= 0.25

31) P(A) + P(A') = 1- , P(A') = 1- 2/3 = 1/3

32) P(B) + P(B') = 1- , P(B) = 1-0. 65 = 0.35

33) S={1,2,3,4,5,6} , n(S)=6
A={6} n(A)=1
∴ संख्या 6 मिळण्याची संभाव्यता =P(A)=n(A)/n(S) = 1/6

34) S={H,T} n(S)=2
A={H} n(A)=1
∴ छाप मिळण्याची संभाव्यता =P(A)=n(A)/n(S)
= 1/2

35) P(E) + P(E') = 1 ,
सामना हरण्याची संभाव्यता =P(E')=1- 0.8
= 0.2

36) P(A) = 1 - P(A')
=1- 80%
=1-80/100
=1-4/5
=1/5

37) सर्व संभाव्य परिणाम = {HH,HT,TH,TT}

n(S)=4

III. दोन गुणांचे प्रश्न

38) S={HH,HT,TH,TT} n(S)=4

i) A={HT,TH} n(A)=2 P(A) = n(A)/n(S)

= 2/4

= 1/2

ii) B={HH,HT,TH} n(B)=3 P(B) = n(B)/n(S)

= 3/4

39) S={1,2,3,4,5,6} n(S)=6

A={3,4,5} n(A)=3 . P(A) = n(A)/n(S) = 3/6 = 1/2

40) S={(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)

(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)

(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)

(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)

(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)

(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)} n(S)=36

A={(3,2),(2,3),(4,1),(1,4)}

n(A)=4

P(A) = n(A)/n(S)

= 4/36 = 1/9

41) S={(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)

(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)

(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)

(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)

(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)

(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)}

n(S)=36

A={(4,6),(6,4),(5,5)} n(A)=3

P(A) = n(A)/n(S) = 3/36 = 1/12

42) S={(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)

(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)

(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6)

(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)

(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)

(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)}

n(S)=36

$A=\{(4,4),(4,5),(5,4),(5,5),(4,6),(6,4),(6,5),(5,6),(6,6)\}$

$n(A)=9$

$P(A) = n(A)/n(S)$

$P(A) = 9/36 = 1/4$

43) $P(A)+P(\bar{A}) = 1$ $\quad$ $P(A)/P(A') = 1/2$

$1/2\, P(A)+P(A') = 1$ $\quad$ $P(A') = 2\, P(A)$

$\Rightarrow P(A') = 2/3$ $\quad$ $\Rightarrow P(A) = 1/2\, P(A)$

44) $S=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $n(S)=8$

$A=\{2,4,6,8\}$, $n(A)=4$

$P(A)= n(A)/n(S)$

$= 4/8$

$=1/2$

45) $S=\{1,2,3,4,5,6,\ldots,25\}$, $n(S)=24$

i) $n(A)=\{2,4,6,8,\ldots,24\}$ $\quad$ $n(A)=9$

$\therefore P(A)= n(A)/n(S)$

$=9/24$

ii) $n(B)=\{4,9,16,25\}$ $\quad$ $n(B)=4$

$\therefore P(B)= n(B)/n(S)$

$=4/24$

46) $n(S)=6+5+4=15$

i) $n(A)=6+5=11$

$\therefore P(A)=n(A)/n(S) \quad =11/15$

ii) $n(B)=6$

$\therefore P(B) = n(B)/nS)$

$= 6/15 \quad 2/5$

47) $n(S)=36$

दोषपूर्ण आंब्याची संख्या = $36\times 1/4 = 9$

$\Rightarrow$ चांगल्या आंब्याची संख्या = $36-9=27$ $n(A)=27$

$\therefore$ चांगला आंबा काढण्याची संभाव्यता $P(A)= n(A)/n(S)$

$=27/36$

48) $P(A) + P(A')=1$ $P(A): P(A') = 5:11$

$P(A) + P(A') = 1$ $P(A)/P(A') = 5/11$

$5/11 \quad P(A') + P(A') = 1$ $\Rightarrow P(A)=P(A')5/11$

$\Rightarrow P(A')60/11 = 1$

$\Rightarrow P(A') =11/60$

$P(A')= 5/60$

49) खराब घड्याळ काढण्याची संभाव्यता = $P(A) = n(A)/n(S)$

$= 50/500$

$=1/10$

50) $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ $n(S)=6$

$A=\{2,4,5,6\}$ $n(A)=4$

$P(A) = n(A)/n(S)$

$=4/6$

$=2/3$

51) $S=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),$

$(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)$

$,(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),$

$(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),$

$(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),$

$(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$

$n(S)=36$

$A=\{(1,5),(5,1),(2,4),(4,2),(3,3)\}$ $n(A)=5$

$P(A) = n(A)/n(S)$

$=5/36$

52) $S=\{HH,HT,TH,TT\}$ $n(S)=4$

i) $A=\{HH\}$ $n(A)=1$

$P(A) = n(A)/n(S)$

$=1/4$

ii) $B=\{HT,TH\}$ $n(B)=2$.

$P(B) = n(B)/n(S)$

$=2/4 \quad =1/2$

53) S={1,2,3,4,5,6} n(S)=6

a) A={2,4,6} n(A)=3

P(A) = n(A)/n(S)

=3/6

=1/2

b) B={1,4} n(B)=2

P(B) = n(B)/n(S)

=2/6

=1/3

54) S={A,B,C,D,E,I} n(S)=6

A={A,E,I}, n(A)=3

P(A)= n(A)/n(S)

=3/6 = 1/2

55) n(B)=6 n(R)=? n(S)=?

P(B)= n(B)/n(S)

3/8 = 6/n(S)

=> n(S)=16 n(R)= 16-6=10

P(R)= n(R)/ n(S)

P(R)= 5/8

56) S={1,2,3,4,1,5} n(S)=6

A={1,1,4} n(A)=3.

P(A)= n(A)/n(S)

= 3/6 =1/2

57) n(S)=20

A={1,8} n(A)=2

P(A)= n(A)/n(S)

=2/20 =1/10

3 गुणाचे प्रश्न

58) S={1,2,3,4,5,6} n(S)=6

i) A=2 पेक्षा मोठा, A={3,4,5,6} n(A)=4.

P(A)= n(A)/n(S)

=4/6 = 2/3

ii) B=2 पेक्षा कमी किंवा समान, B={1,2} n(B)=2.

P(B)= n(B)/n(S)

= 2/6 = 1/3

iii) C=2 पेक्षा कमी किंवा 2 पेक्षा कमी नसलेले. C={1,2} n(C)=2.

P(C)= n(C)/n(S)

=2/6 = 1/3

59) S={HH,HT,TH,TT}, n(S)=4

i) A={HH,HT,TH} n(A)=3.

P(A)= n(A)/n(S)

=3/4

ii) B={HH} n(B)=1.

P(B)= n(B)/n(S)

=1/4

iii) C={TT} n(C)=1.

P(C)= n(C)/n(S)

=1/4

60) S={5,6,7,8,......,30} n(S)=26

i) A={6,12,18,24,30} n(A)=5.

P(A)= n(A)/n(S)

= 5/26

ii) B={9,16,25} n(B)=3.

P(B)= n(B)/n(S)

=3/26

iii) C={6,9,12,15,18,21,24,27,30} n(C)=9.

P(C)= n(C)/n(S)

=9/26

6. 61) n(S)=3+5+8=16
A=लाल चेंडू मिळणे n(A)=3

P(A)= n(A)/n(S)

=3/16

B= पाढरा चेंडु न मिळणे

n(B)=11

P(B)=n(B)/n(S)

=11/16

62) S={1,2,3,4,...,20}

n(S)=20

i) A={1,4,9,16} n(A)=4

P(A) = n(A)/n(S)

= 4/20

=1/5

ii) B={6,12,18} n(B)=3

P(B) = n(B)/n(S) = 3/20

63) P(W)+P(B)+P(R) = 1

3/10 + 2/5+P(R) = 1

P(R)=3/10

P(B)=2/5 n(B)=20

n(B)/n(S)=2/5

20/n(S)=2/5

n(S)=50

64) $n(S) = 50$,

i) A=34 पेक्षा कमी गुण

$n(A)=8$

$P(A) = n(A)/n(S) = 8/50$

ii) 'B' =71 ते 90 च्या दरम्यान गुण

$n(B)=11$

$P(B) = n(B)/n(S) = 11/50$

iii) 'C'=90 पेक्षा जास्त गुण

$P(C) = n(C)/n(S)$

$=8/50$